1a Dat was begin 2002. Er waren toen 140000 banen.

1b Toename van 120000 naar 140000, dus een toename van 20000 banen.

1c Vóór juli 1998 is de toename toenemend (de toename wordt steeds groter) en na 1998 is de toename afnemend.

2 $\langle \leftarrow, -2 \rangle$, $\langle -1, 0 \rangle$, $[1, 3]$ en $\langle 5, \rightarrow \rangle$.

3 $\langle 23, 40 \rangle$, $[40, 80]$ en $\langle 80, 120 \rangle$.

4a De grafiek is stijgend op $\langle \leftarrow, 1 \rangle$ en $\langle 3, 5 \rangle$.

4b De grafiek is dalend op $\langle 1, 3 \rangle$ en $\langle 5, \rightarrow \rangle$.

4c De grafiek is afnemend dalend op $\langle 2, 3 \rangle$.

4d De grafiek is toenemend stijgend op $\langle 3, 4 \rangle$.

4e Het absolute maximum is 3 (voor $x = 1$).

4f Er is een minimum voor $x = 3$. Dit minimum is 0.

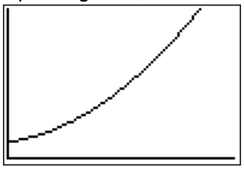
5a Toenemend stijgend op $\langle \leftarrow, 2 \rangle$ en $\langle 6, \rightarrow \rangle$.

5b Afnemend stijgend op $\langle 2, 4 \rangle$.

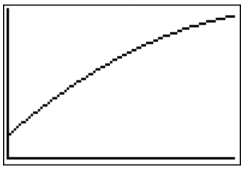
5c Toenemend dalend op $\langle 4, 5 \rangle$.

5d Afnemend dalend op $\langle 5, 6 \rangle$.

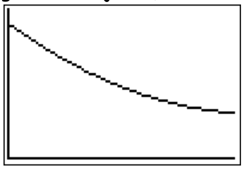
6 spaartegoed (toenemend stijgend)



criminaliteit (afnemend stijgend)



geboortecijfer (afnemend dalend)

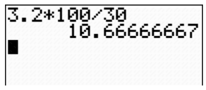


7a Het absolute maximum van de grijze druk is 45% in 2040.

7b In de periode 2020-2040, dus in $\langle 2020, 2040 \rangle$.

7c In 2020 is de grijze druk 30% $\Rightarrow \frac{3{,}2 \cdot 100}{30} \approx 10{,}7$ miljoen 20-64 jarigen.

%	30	100
milj.	3,2	?



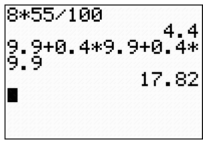
7d Het absolute maximum van de groene druk is 72% in 1960; het absolute minimum is 35% in 2020.

7e Toenemend dalend in $\langle 1960, 1984 \rangle$; afnemend dalend in $\langle 1984, 2000 \rangle$; toenemend stijgend in $\langle 2000, 2004 \rangle$; afnemend stijgend in $\langle 2004, 2008 \rangle$; toenemend dalend in $\langle 2008, 2016 \rangle$; afnemend dalend in $\langle 2016, 2020 \rangle$; toenemend stijgend in $\langle 2020, 2024 \rangle$ en afnemend stijgend in $\langle 2024, 2030 \rangle$.

7f In 1980 is de groene druk 55% $\Rightarrow \frac{8{,}0 \cdot 55}{100} = 4{,}4$ miljoen onder de 20 jaar.

%	100	55
milj.	8,0	?

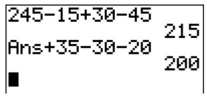
7g In 2030 is de groene druk 40% en de grijze druk is ook 40%.
Dus zijn er $9{,}9 + 0{,}4 \times 9{,}9 + 0{,}4 \times 9{,}9 \approx 17{,}8$ miljoen inwoners.



7h Als er bijvoorbeeld op de 1 miljoen 20-64 jarigen 0,8 miljoen inwoners onder de 20 jaar zijn en 0,3 miljoen inwoners 65+, dus 1,1 miljoen *niet* 20-64 jarigen $\Rightarrow$ de demografische druk is 110%.

7i Zie de tabel hieronder. Rond 2000 is de demografische druk het kleinst.

jaar	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020	2030	2040	2050
dem. druk	15+72=87	16+66=82	17+55=72	18+42=60	20+39=59	23+39=62	30+35=65	40+40=80	45+40=85	40+40=80

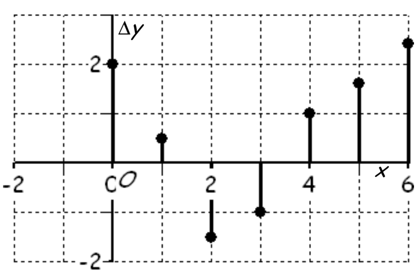


8a In 2001 waren er $245\,000 - 15\,000 + 30\,000 - 45\,000 = 215\,000$ koolmezen.

8b De staaf in 2001 geeft aan dat er in dat jaar 45000 koolmezen minder waren dan in 2000.
In 2004 waren er $215\,000 + 35\,000 - 30\,000 - 20\,000 = 200\,000$ koolmezen. Dat is minder dan in 2001.

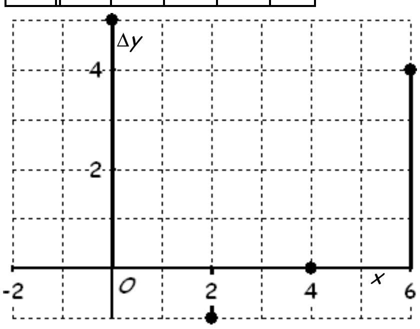
9a Maak eerst een tabel van de toenamen Δy met $\Delta x = 1$.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	0	2	2,5	1	0	1	2,6	5
Δy	---	2	0,5	-1,5	-1	1	1,6	2,4



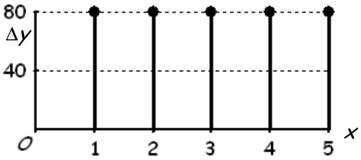
9b

x	-2	0	2	4	6
y	-3	2	1	1	5
Δy	---	5	-1	0	4



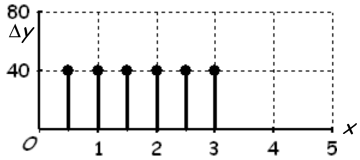
10a

x	0	1	2	3	4	5
y	100	180	260	340	420	500
Δy	---	80	80	80	80	80



10b

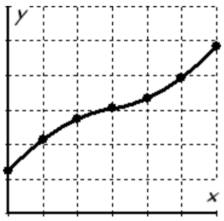
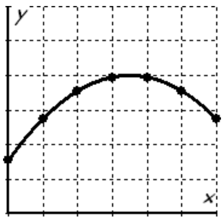
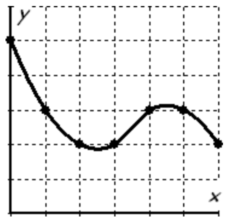
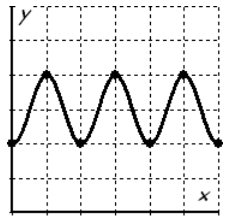
x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	100	140	180	220	260	300	340
Δy	---	40	40	40	40	40	40



10c De lijnstukjes zijn allemaal gelijk. (zie de toenamediagrammen van 10a en 10b)

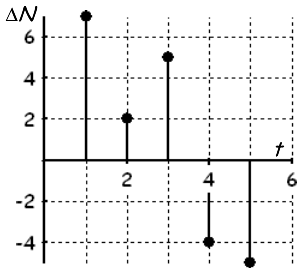
10d De lijnstukjes hebben dan lengte nul. (de punten die de toenamen aangeven liggen op de x-as)

11a constante daling. 11b afnemende stijging. 11c toenemende stijging. 11d toenemende daling.

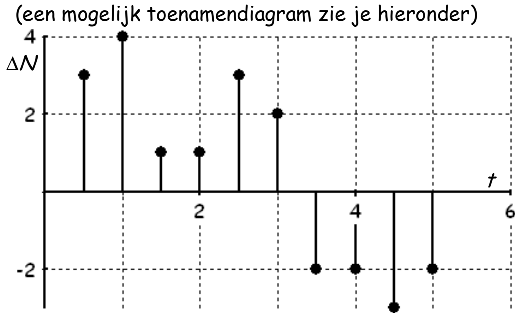
12a  12b  12c  12d 

13a Maak eerst onderstaande tabel.

interval	[0, 1]	[1, 2]	[2, 3]	[3, 4]	[4, 5]
ΔN	7	2	5	-4	-5



13b Verdeel de toename 7 op [0, 1] in twee toenamen van bijvoorbeeld 4 en 3, enzovoort voor de andere intervallen.
(een mogelijk toenamendiagram zie je hieronder)

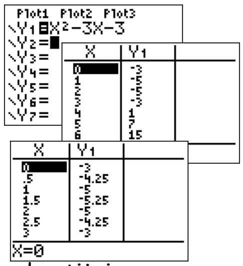


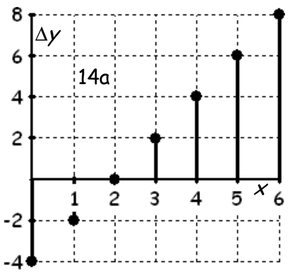
14a

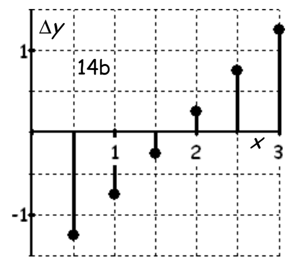
x	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	1	-3	-5	-5	-3	1	7	15
Δy	---	-4	-2	0	2	4	6	8

14b

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	-3	-4,25	-5	-5,25	-5	-4,25	-3
Δy	---	-1.25	-0,75	-0,25	0,25	0,75	1,25



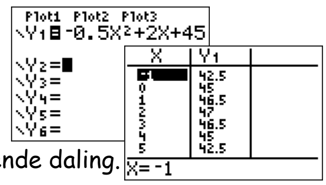


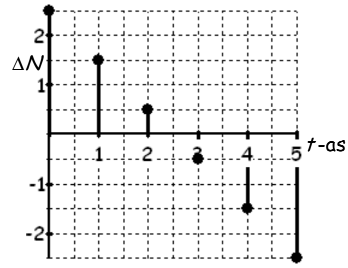


14c Eerst afnemende daling en dan toenemende stijging.

15a

t	-1	0	1	2	3	4	5
N	42,5	45	46,5	47	46,5	45	42,5
ΔN	---	2,5	1,5	0,5	-0,5	-1,5	-2,5





15b Eerst afnemende stijging en dan toenemende daling.

16a Van $x = 0$ tot $x = 1$ is Δy (de toename van y) $= 1 \Rightarrow y(1) = y(0) + 1 = 1 + 1 = 2$.

16bc Teken zelf een of andere grafiek door de (vaste) punten $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 5)$, $(4, 9)$, $(5, 11)$ en $(6, 12)$.

17a Om 5:00 (uur) 2 °C, op [4, 5] is $\Delta T = -0,5 \Rightarrow$ om 4:00 was het 2,5 °C.
Op [3, 4] is $\Delta T = -2 \Rightarrow$ om 3:00 was het 4,5 °C.
Teken een grafiek door de punten (t, T) uit de tabel hiernaast.

17b Maak een toenamendiagram met de toenamen uit de rij hiernaast.

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T	4,5	2,5	2	1	1	1,5	3,5	4,5	5,5
ΔT	---	-2	-0,5	-1	0	0,5	2	1	1
ΔT	---	---	-2,5	--	-1	---	2,5	---	2

17c Verdeel de toenamen per uur over de twee halve uren. (bijvoorbeeld elk half uur de helft van het hele uur)
Maak daarna zelf het toenamendiagram dat hoort bij de door jou gekozen (halfuurse) toenamen.

18a Er zijn vier hoogste punten, namelijk op $t = 1$, $t = 5$, $t = 9$ en $t = 12$.

18b Bij 1 mei (begin 5e maand) 2005 hoort $t = 4$ (4 maanden zijn om) en bij 1 oktober 2005 hoort $t = 9$.
Vanaf $t = 4$ tot $t = 9$ geldt ΔN (×1000) is $5 - 10 - 15 - 20 + 5 = -35$ (×1000).
Dus op 1 oktober 2005 waren er 35000 minder werklozen dan op 1 mei 2005.

```
5-10-15-20+5
              -35
```

18c Bij 1 augustus 2005 hoort $t = 7$ en bij 1 februari 2006 hoort $t = 13$.
Vanaf $t = 7$ tot $t = 13$ geldt ΔN (×1000) is $-20 + 5 - 10 + 5 + 35 - 30 = -15$ (×1000).
Dus op 1 februari 2006 waren er 15000 minder werklozen dan op 1 augustus 2005.

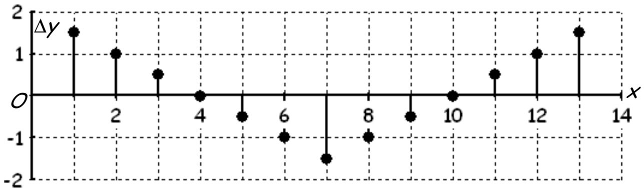
```
-20+5-10+5+35-30
              -15
```

18d Vanaf $t = 0$ tot $t = 7$ geldt ΔN (×1000) is $20 - 5 - 15 - 10 + 5 - 10 - 15 = -30$ (×1000).
Dus op 1 januari 2005 waren er $475\,000 + 30\,000 = 505\,000$ werklozen.

```
20-5-15-10+5-10-
15
              -30
```

18e Bij 1 december 2005 hoort $t = 11$.
Vanaf $t = 7$ tot $t = 11$ geldt ΔN (×1000) is $-20 + 5 - 10 + 5 = -20$ (×1000).
Dus op 1 december 2005 waren er 20000 minder werklozen dan op 1 augustus 2005.
Dat is $\frac{20000}{475000} \cdot 100\% \approx 4{,}2\%$ minder.

```
-20+5-10+5
              -20
20/475*100
      4.210526316
```



19a De lijnstukjes liggen links van de top boven de x-as en rechts van de top onder de x-as.

19b Bijvoorbeeld het toenamendiagram hiernaast.

20 De toenamen (in de rechter kolom) worden steeds kleiner.
Martijn houdt er geen rekening mee dat de perioden (in de linkerkolom) steeds kleiner worden (100, 30 ,20 en 10 jaar).

21a De gemiddelde verandering van y op $[2,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$.

21b Het differentiequotiënt van y op $[2,6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

21c Het differentiequotiënt van y op $[-3,0]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-1}{0--3} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$.

21d De gemiddelde verandering van y op $[-3,2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-1}{2--3} = \frac{0}{5} = 0$ of op $[3,6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-3}{6-3} = \frac{0}{3} = 0$.

22a Het differentiequotiënt van N op $[3,5]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} \approx \frac{7200-2400}{5-3} = \frac{4800}{2} = 2\,400$.

22b De gemiddelde verandering van N op $[2,6]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} \approx \frac{8500-1000}{6-2} = \frac{7500}{4} = 1875$.

```
7500/4
             1875
```

22c Op $[3,4]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ het grootst (steilste stuk gedurende 1 hele dag) $\Rightarrow$ dat is op de vierde dag. (van $t = 0$ tot $t = 1$ is dag 1)

23a De gemiddelde toename van de kosten is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{12500-8500}{6000-4000} = \frac{4000}{2000} = 2$ euro per transformator.

23b Op $[1\,000, 3\,000]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8000-6500}{3000-1000} = \frac{1500}{2000} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

23c De helling van de lijn AB is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8000-4000}{3000-0} = \frac{4000}{3000} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

23d De lijn AB snijdt de grafiek ook in C met $q = 5\,500$.
Dus voor $q = 5\,500$ is de gemiddelde toename op $[0, 5\,500]$ gelijk aan de gemiddelde toename op $[0, 3\,000]$.

23e Op het interval $[6\,000, 7\,000]$ is de grafiek steiler dan op het interval $[3\,000, 4\,000]$.

24ab Op $[0,5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{90-0}{5-0} = \frac{90}{5} = 18$ (m/s). 24c Op $[3,7]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{170-40}{7-3} = \frac{130}{4} = 32{,}5$ (m/s).

```
90/5
               18
130/4
             32.5
```

25a De gemiddelde snelheid op $[20,40]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{12{,}5-5}{40-20} = \frac{7{,}5}{20} = 0{,}375$ (km/min). Dit is 22,5 km/uur.
De gemiddelde snelheid op $[30,60]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15-10}{60-30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ (km/min). Dit is 10 km/uur.

```
(12.5-5)/(40-20)
             .375
Ans*60
             22.5
5/30*60
               10
```

25b De grafiek is niet overal even steil.

25c Trek de lijn door (0, 0) en (20, 5) door totdat hij de grafiek weer snijdt. Dat is in (60, 15). Dus $t = 60$.

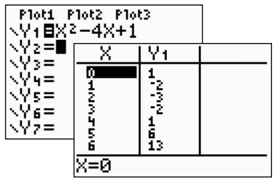
26a De gemiddelde snelheid op $[100,400]$ is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{4000-0}{400-100} = \frac{4000}{300} = \frac{40}{3} \approx 13{,}33$ (€/stuk).

26b De gemiddelde snelheid op $[400,600]$ is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{3000-4000}{600-400} = \frac{-1000}{200} = -5$ (€/stuk).
Het minteken betekent dat er sprake van een afname is.

27a De gemiddelde snelheid op [2, 4] is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{50-20}{4-2} = \frac{30}{2} = 15$ (€/stuk).

27b De gemiddelde snelheid op [4, 6] is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{20-50}{6-4} = \frac{-30}{2} = -15$ (€/stuk).

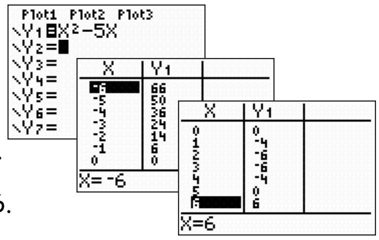
27c Teken de lijn door het punt (2, 20) met een helling van 10. Deze lijn gaat door (3, 30), (4, 40) enz.
Deze lijn snijdt de grafiek in $(5, 50) \Rightarrow q = 5 \Rightarrow a = 5\,000$.



28a $y_A = f(1) = -2$ en $y_C = f(5) = 6$ (zie de tabel hiernaast) $\Rightarrow$ op [1,5] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6--2}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$.

28b $y_B = f(4) = 1$ en $y_C = f(5) = 6$ (zie de tabel hiernaast) $\Rightarrow$ op [4,5] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-1}{5-4} = \frac{5}{1} = 5$.

✻✻✻ **Neem GR - practicum 6 door.** (zie aan het eind van deze uitwerkingen)

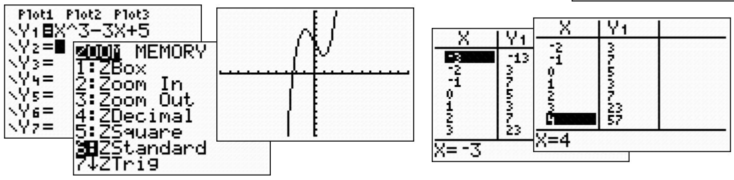


29a Het differentiequotiënt van $f(x)$ op [1,4] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{-4--4}{3} = \frac{0}{3} = 0$.

29b Het differentiequotiënt van $f(x)$ op [− 1,3] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(-1)}{3--1} = \frac{-6-6}{4} = \frac{-12}{4} = -3$.

29c Het differentiequotiënt van $f(x)$ op [− 5,1] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-5)}{1--5} = \frac{-4-50}{6} = \frac{-54}{6} = -9$.

29d Het differentiequotiënt van $f(x)$ op [− 5,4] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-5)}{4--5} = \frac{-4-50}{9} = \frac{-54}{9} = -6$.

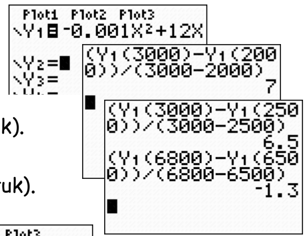


30a Maak een schets van de plot hiernaast.

30b Op [1,3] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{23-3}{2} = \frac{20}{2} = 10$.

30c Op [− 2,4] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-2)}{4--2} = \frac{57-3}{6} = \frac{54}{6} = 9$.

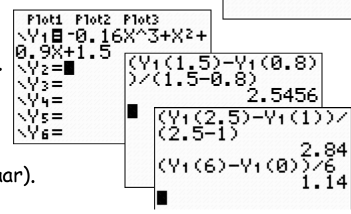
30d De helling van de lijn AB (het differentiequotiënt op [− 2,4]) is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-3)}{1--3} = \frac{3--13}{4} = \frac{16}{4} = 4$.



31a Het differentiequotiënt van R op [2 000,3 000] is $\frac{\Delta R}{\Delta q} = \frac{R(3000)-R(2000)}{3000-2000} = 7$ (€/stuk).

31b De gemiddelde verandering van R op [2 500,3 000] is $\frac{\Delta R}{\Delta q} = \frac{R(3000)-R(2500)}{3000-2500} = 6{,}50$ (€/stuk).

31c De gemiddelde verandering van R op [6 500,6 800] is $\frac{\Delta R}{\Delta q} = \frac{R(6800)-R(6500)}{6800-6500} = -1{,}30$ (€/stuk).



32a Het differentiequotiënt op [0,8;1,5] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(1{,}5)-N(0{,}8)}{1{,}5-0{,}8} \approx 2{,}55$ (miljoen/jaar).

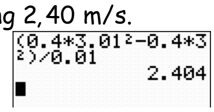
32b Op [1;2,5] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(2{,}5)-N(1)}{2{,}5-1} = 2{,}84$ (miljoen/jaar).

32c De gemiddelde verandering van N op [0,6] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(6)-N(0)}{6-0} = 1{,}14$ (miljoen/jaar).
(bij 1 januari 2004 hoort t=6)

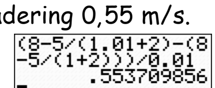
33 $f(0) = -3$ en op [0, 1] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 4 \Rightarrow f(1) = -3+4 = 1$; $f(1) = 1$ en op [1, 3] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2 \Rightarrow f(3) = 1 + 2 \cdot 2 = 5$;
$f(3) = 5$ en op [3, 6] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -2 \Rightarrow f(6) = 5 + 3 \cdot -2 = -1$; $f(6) = -1$ en op [6, 10] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -1 \Rightarrow f(10) = -1 + 4 \cdot -1 = -5$.
Uit de tabel volgen de punten (0, − 3), (1,1), (3,5), (6, − 1) en (10, − 5) van de grafiek van f.

34 Bij een gemiddelde snelheid van 60 km/uur kan hij op één moment toch harder dan 80 km/uur hebben gereden.

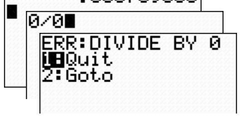
35 Op [3; 3,01] is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(3{,}01)-s(3)}{3{,}01-3} = \frac{0{,}4 \cdot 3{,}01^2 - 0{,}4 \cdot 3^2}{0{,}01} = 2{,}404$. De snelheid op $t = 3$ is bij benadering 2,40 m/s.



36 Op [1; 1,01] is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(1{,}01)-s(1)}{1{,}01-1} = \frac{\left(8-\frac{5}{1{,}01+2}\right)-\left(8-\frac{5}{1+2}\right)}{0{,}01} \approx 0{,}55$. De snelheid op $t = 1$ is bij benadering 0,55 m/s.

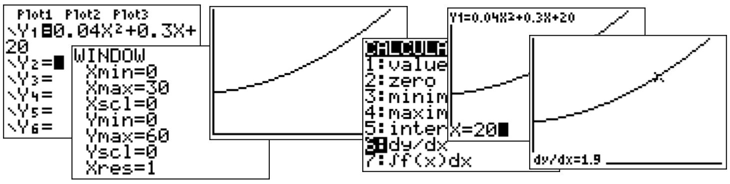


37 Op [a; a] is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(a)-s(a)}{a-a} = \frac{0}{0}$ en dat is niet gedefinieerd (delen door nul mag niet).



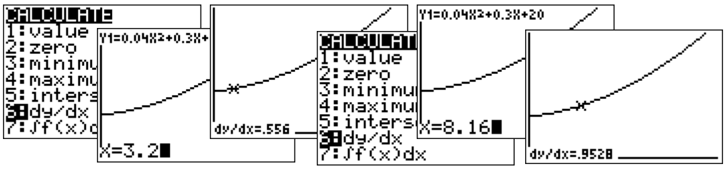
✻✻✻ **Neem GR - practicum 7 door.** (zie aan het eind van deze uitwerkingen)

38a Voer $K = 0{,}04q^2 + 0{,}3q + 20$ in op de GR.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=20} = 1{,}90$ €/kg.



38b Bij een productie van 3 200 kg hoort $q = 3{,}2$.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=3{,}2} \approx 0{,}56$ €/kg.

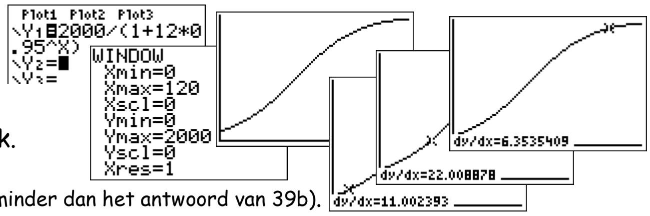
38c Bij een productie van 8 160 kg hoort $q = 8{,}16$.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=8{,}16} \approx 0{,}95$ €/kg.



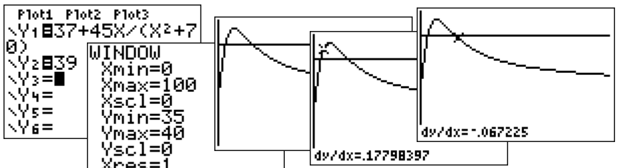
39a Voer $N = \frac{2000}{1 + 12 \cdot 0{,}95^t}$ in op de GR.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=10} \approx 11{,}0$ vissen/week.

39b Ja, de optie dy/dx geeft $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=33} \approx 22{,}0$ vissen/week.

39c De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=100} \approx 6{,}35$ vissen/week (minder dan het antwoord van 39b).



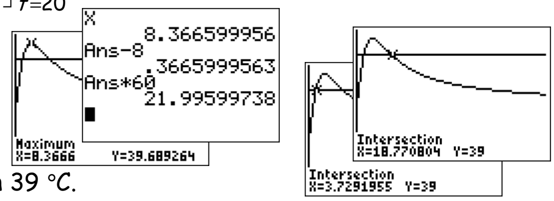
40a Voer $T = 37 + \frac{45t}{t^2 + 70}$ in op de GR.
Op 1 mei om 17:30 uur is $t = 5\frac{1}{2}$.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dT}{dt}\right]_{t=5\frac{1}{2}} \approx 0{,}18$ °C/uur.



40b Op 2 mei om 8:00 uur is $t = 20$. De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dT}{dt}\right]_{t=20} \approx -0{,}07$ °C/uur.

40c De optie maximum geeft $t \approx 8{,}37$ en $T \approx 39{,}7$.
De maximale temperatuur is ongeveer 39,7 °C.
Bij $t = 8{,}37$ hoort het tijdstip 1 mei 20:22 uur.

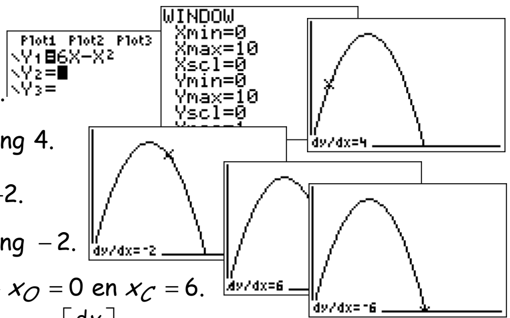
40d $T = 37 + \frac{45t}{t^2 + 70} = 39$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 3{,}73$ en $t \approx 18{,}77$.
Dus de lichaamstemperatuur is $18{,}77 - 3{,}73 \approx 15$ uur boven 39 °C.

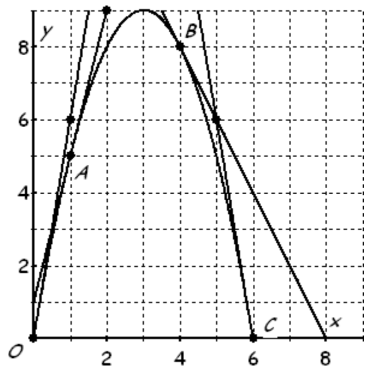


41a Voer $y = 6x - x^2$ in op de GR.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=1} = 4$.
Teken nu de raaklijn in A met helling 4.

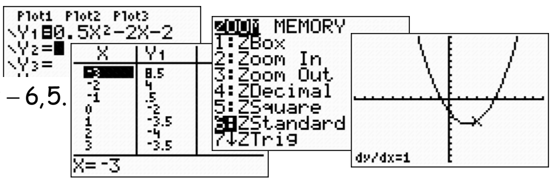
41b De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4} = -2$.
Teken nu de raaklijn in B met helling -2.

41c $y = 6x - x^2 = 0 \Rightarrow x \cdot (6 - x) = 0 \Rightarrow x_O = 0$ en $x_C = 6$.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0} = 6$ en $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=6} = -6$. (teken de raaklijnen in O en C)





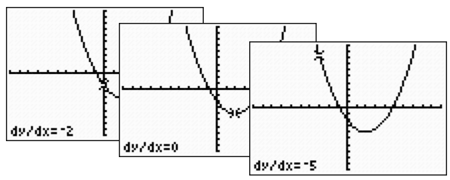
42a $f(3) = -3{,}5$; stel nu k: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3}$ (optie dy/dx) $= 1$.
k: $y = x + b$ door $A(3;\ -3{,}5) \Rightarrow -3{,}5 = 3 + b \Rightarrow -6{,}5 = b$. Dus k: $y = x - 6{,}5$.



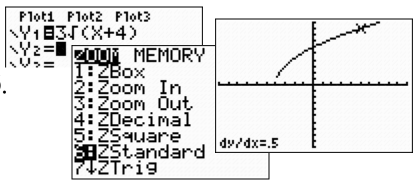
42b $f(0) = -2$; stel l: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0}$ (optie dy/dx) $= -2$.
l: $y = -2x + b$ door $B(0,\ -2) \Rightarrow -2 = -2 \cdot 0 + b \Rightarrow -2 = b$. Dus l: $y = -2x - 2$.

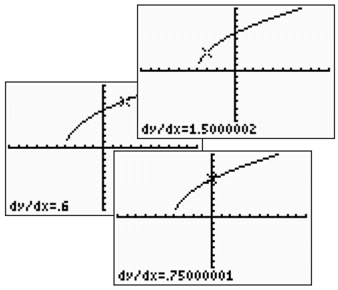
42c $f(2) = -4$; stel m: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2}$ (optie dy/dx) $= 0$.
m: $y = b$ door $C(2,\ -4) \Rightarrow -4 = b$. Dus m: $y = -4$.

42d De helling in D met $x = -3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-3}$ (optie dy/dx) $= -5$.



43a $g(5) = 3\sqrt{5 + 4} = 3 \cdot 3 = 9$; stel k: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5}$ (optie dy/dx) $= 0{,}5$.
k: $y = 0{,}5x + b$ door $P(5, 9) \Rightarrow 9 = 0{,}5 \cdot 5 + b \Rightarrow 6{,}5 = b$. Dus k: $y = 0{,}5x + 6{,}5$.

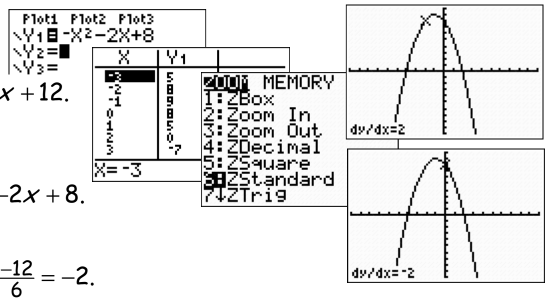




43b $g(-3) = 3\sqrt{-3+4} = 3 \cdot 1 = 3$; stel l: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-3}$ (optie dy/dx) $= 1{,}5$.
l: $y = 1{,}5x + b$ door $Q(-3,\ 3) \Rightarrow 3 = 1{,}5 \cdot -3 + b \Rightarrow 7{,}5 = b$. Dus l: $y = 1{,}5x + 7{,}5$.

43c De snelheid waarmee $g(x)$ verandert voor $x = 2{,}25$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2{,}25}$ (optie dy/dx) $= 0{,}6$.

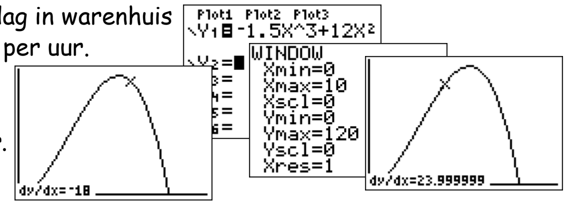
43d $g(0) = 3\sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$; stel m: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0}$ (optie dy/dx) $= 0{,}75$.
m: $y = 0{,}75x + b$ door $R(0,\ 6) \Rightarrow 6 = 0{,}75 \cdot 0 + b \Rightarrow 6 = b$. Dus m: $y = 0{,}75x + 6$.



44a $f(-2) = 8$; stel l: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2}$ (optie dy/dx) $= 2$.
l: $y = 2x + b$ door $A(-2,\ 8) \Rightarrow 8 = 2 \cdot -2 + b \Rightarrow 12 = b$. Dus l: $y = 2x + 12$.

44b $f(0) = 8$; stel m: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0}$ (optie dy/dx) $= -2$.
m: $y = -2x + b$ door $B(0,\ 8) \Rightarrow 8 = -2 \cdot 0 + b \Rightarrow 8 = b$. Dus m: $y = -2x + 8$.

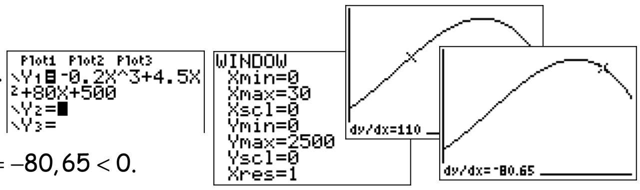
44c $f(-3) = 5$ en $f(3) = -7$ (zie TABLE) $\Rightarrow R(-3,\ 5)$ en $T(3,\ -7)$.
De richtingscoëfficiënt van de lijn RT is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_T - y_R}{x_T - x_R} = \frac{-7-5}{3--3} = \frac{-12}{6} = -2$.



45a De snelheid waarmee het aantal personen dat zich op een zaterdag in warenhuis MAGAZZINO bevindt neemt om 13:00 uur toe met 24 personen per uur.

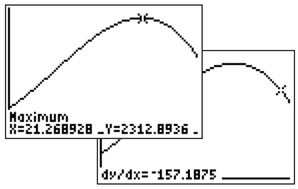
45b Het klopt (zie het scherm hiernaast).

45c $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4} > 0$, dus het aantal aanwezigen neemt toe om 13:00 uur.
$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=6} < 0$, dus het aantal aanwezigen neemt af om 15:00 uur.



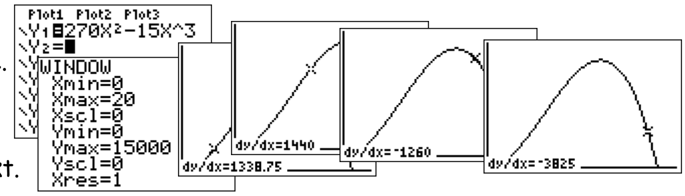
46a Bij 1 januari 1990 hoort $t = 10$ en $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=10} = 110 > 0$.
Dus op 1 januari 1990 nam N toe.

46b Bij 1 juli 2005 hoort $t = 25\frac{6}{12} = 25{,}5$ en $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=25{,}5} = -80{,}65 < 0$.
Dus op 1 juli 2005 nam N af: het aantal rendieren was over het hoogste punt heen.



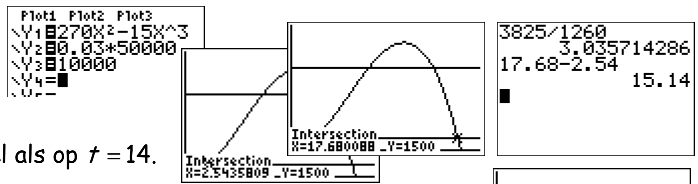
46c De optie maximum geeft $t \approx 21{,}27$ (jaar na 1-1-1980) en $N \approx 2\,313$ (rendieren).
Bij $t = 21{,}27$ hoort 2001. Dus in de loop van 2001 was het aantal rendieren maximaal.

46d Bij 1 oktober 2008 hoort $t = 28\frac{9}{12} = 28{,}75$ en $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=28{,}75} = -157{,}1875$.
Dus op 1 oktober 2008 nam het aantal rendieren af met 157 rendieren per jaar.



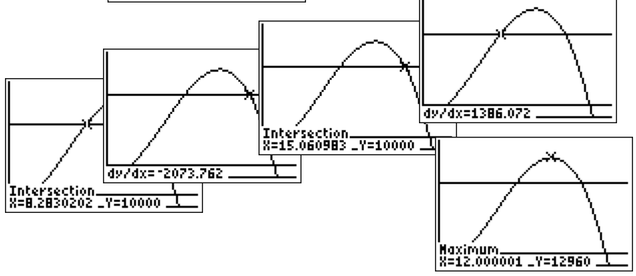
47a $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=3{,}5} = 1\,338{,}75 > 0$. Dus op $t = 3{,}5$ neemt N toe.

47b $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=8} = 1\,440 > 0$. Dus op $t = 8$ neemt N nog toe.
De griepepidemie heet het hoogtepunt nog niet bereikt.



47c $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=14} = -1\,260 \Rightarrow$ afname van $1\,260$ per dag.
$\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=17} = -3\,825 \Rightarrow$ afname van $3\,825$ per dag.
Verder is $\frac{3825}{1260} \approx 3{,}04$.
Dus afname op $t = 17$ is ongeveer drie keer zo snel als op $t = 14$.

47d $270t^2 - 25t^3 = 1500$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 2{,}54$ en $t \approx 17{,}68$.
Dus gedurende $17{,}68 - 2{,}54 \approx 15$ dagen.



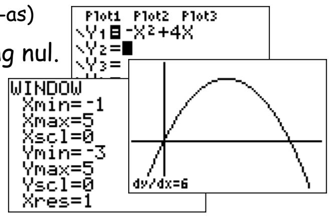
47e $270t^2 - 25t^3 = 10\,000$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 8{,}28$ en $t \approx 15{,}06$.
$\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=8{,}28} \approx 1\,386$ en $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=15{,}06} \approx -2\,074$.

47f De optie maximum geeft $t = 12$ en $N = 12\,960$.
Dus op het tijdstip $t = 12$.

48a **De grafiek is stijgend** op $\langle \leftarrow, 2 \rangle$, **dus de helling** op $\langle \leftarrow, 2 \rangle$ **is positief**.
(als je tegen een grafiek opklimt, ligt de snelheidgrafiek boven de x-as)
De grafiek is dalend op $\langle 2, \rightarrow \rangle$, **dus de helling** op $\langle 2, \rightarrow \rangle$ **is negatief**.
(als je van een grafiek afglijdt, ligt de snelheidgrafiek onder de x-as)

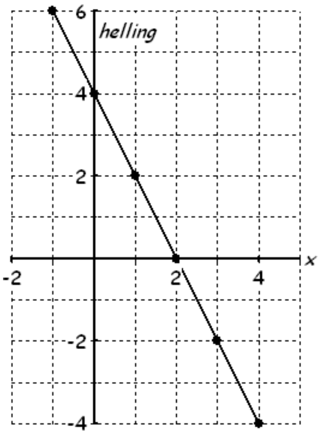
48b In de top (van een vloeiende grafiek, dus geen knik) is de helling nul.

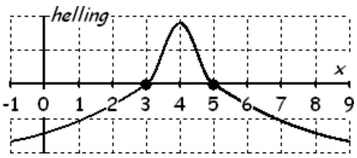
48c De helling in $x = -1$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-1}$ (optie dy/dx) $= 6$. (enz.)

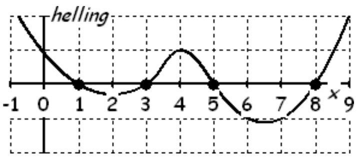


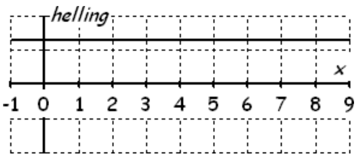
x-coördinaat punt	-1	0	1	2	3	4
helling in punt	6	4	2	0	-2	-4

48d Zie de grafiek van de hellingfunctie van $f(x) = -x^2 + 4x$ hiernaast.



49f


49g


49h


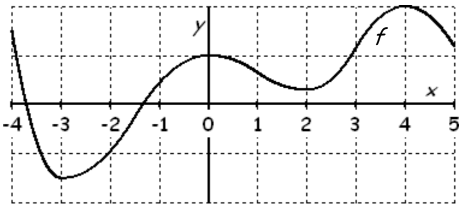
50a **De helling** voor $x < -3$ **is negatief**, **dus de grafiek is dalend** op $\langle \leftarrow, -3 \rangle$.

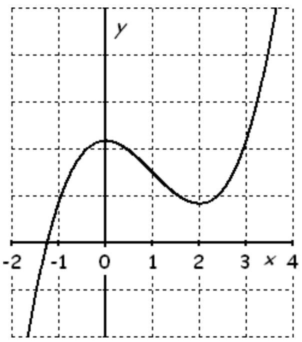
50b Bij $x = -3$ is de helling nul. Dat is een laagste punt (helling van neg. naar pos.).

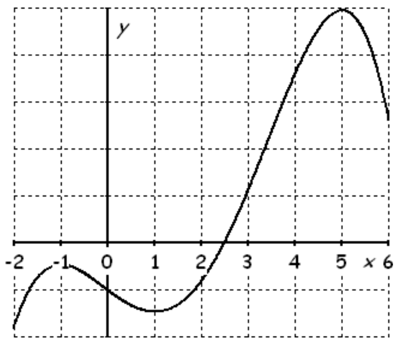
50c **De helling** op $\langle -3, 0 \rangle$ **is positief**, **dus de grafiek is stijgend** op $\langle -3, 0 \rangle$.

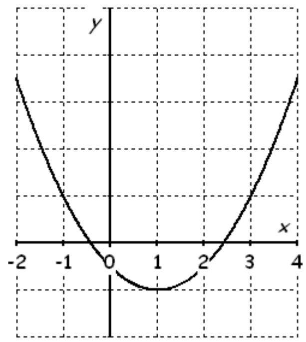
50d Bij $x = 0$ heeft de grafiek een hoogste punt.

50e Zie een globale grafiek van f (met figuur 7.46 als hellinggrafiek) hiernaast.



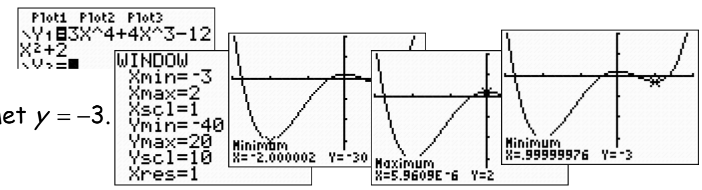
51a


51b


51c


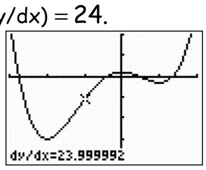
52a Plot $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2$ op $[-3, 2] \times [-40, 20]$.
Maak in je schrift een schets van deze plot.

52b Optie minimum geeft $x = -2$ met $y = -30$ én $x = 1$ met $y = -3$.
Optie maximum geeft $x = 0$ met $y = 2$ (zie hiernaast).
De toppen zijn $(-2, -30)$, $(0, 2)$ en $(1, -3)$.

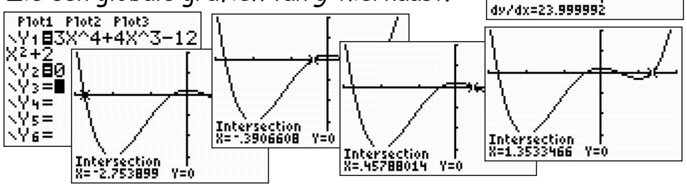


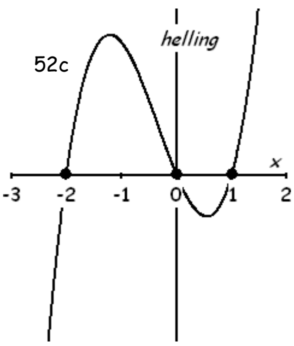
52c Zie de schets hiernaast.

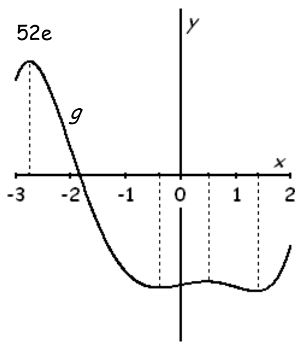
52d De helling in $x = -1$ is $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-1}$ (optie dy/dx) $= 24$.



52e $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2 = 0$ (intersect) $\Rightarrow$
$x \approx -2{,}8 \vee x \approx -0{,}4 \vee x \approx 0{,}5 \vee x \approx 1{,}4$.
Zie een globale grafiek van g hiernaast.



52c


52e


53a De hellinggrafiek ligt op het interval $\langle 4, 7 \rangle$ boven de x-as en de hellinggrafiek is daar stijgend.

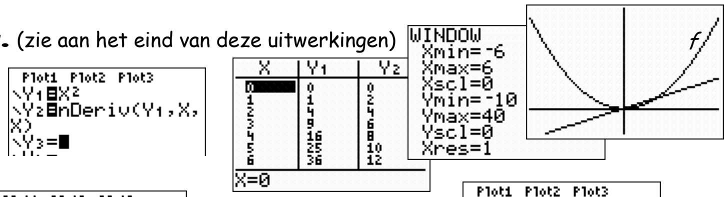
53b De hellinggrafiek ligt op het interval $\langle 8, 12 \rangle$ onder de x-as en de hellinggrafiek is daar stijgend.

53c De hellinggrafiek snijdt de x-as in $(2, 0)$ en gaat daar over van boven de x-as naar onder de x-as.

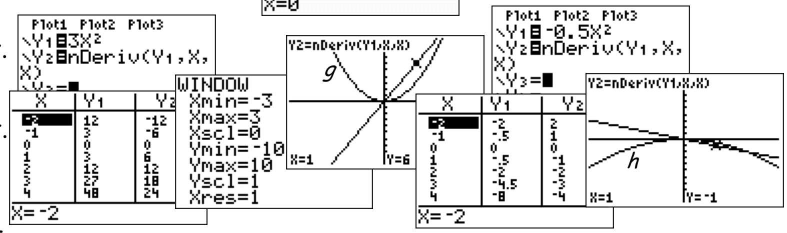
53d De hellinggrafiek heeft een laagste punt onder de x-as bij $x = -1$.

✻✻✻ wiskunde A: 🖩 **Neem GR - practicum 8 door.** (zie aan het eind van deze uitwerkingen)

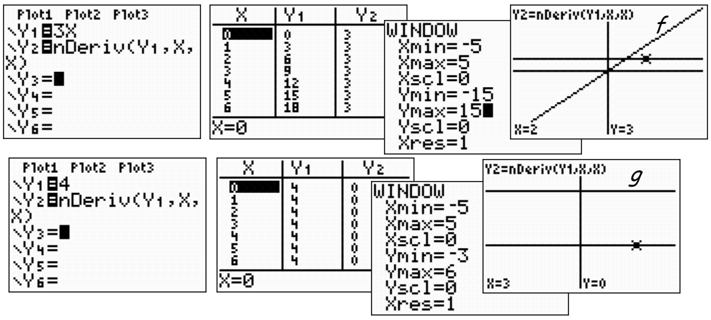
A54a Zie de plot (van f en zijn hellingfunctie) hiernaast.
A54b De lijn gaat door (0,0) en (1,2), dus $a = 2$.
A54c $x = 36 \Rightarrow$ de helling is $2 \cdot 36 = 72$.



A55a Zie de plot (van g en zijn hellingfunctie) hiernaast.
A55b Een lijn door (0,0) en (1,6), dus $y = 6x$.
A55c Zie de plot (van h en zijn hellingfunctie) hiernaast.
A55d Een lijn door (0,0) en (1, −1), dus $y = -x$.



A56a Zie de plot (van f en zijn hellingfunctie) hiernaast.
A56b De helling van een rechte lijn is overal hetzelfde.
A56c De hellingfunctie van $f(x) = 3x$ is $y = 3$.
A56d Zie de plot hiernaast.
(de grafieken van g en zijn hellingfunctie)
A56e De helling van een rechte lijn is overal hetzelfde.
De hellingfunctie van $g(x) = 4$ is $y = 0$ (de x-as).
(de grafiek van g is een horizontale lijn met helling 0)

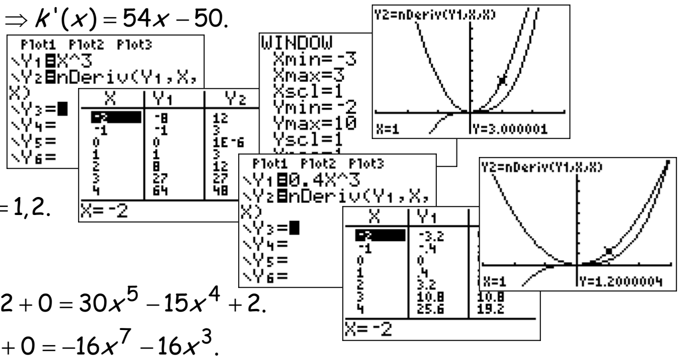


💻

A57a 💻 $f(x) = -8x^2 + 7 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot -8x = -16x$.
A57b 💻 $g(x) = -8x^2 + 7x \Rightarrow g'(x) = -16x + 7$.
A57c 💻 $h(x) = -x^2 + 8x - 3 \Rightarrow h'(x) = -2x + 8$.
A57d 💻 $k(x) = -0{,}25x^2 + x - 1 \Rightarrow k'(x) = -0{,}5x + 1$.

A58a 💻 $f(x) = (5x+7)(4-3x) = 20x - 15x^2 + 28 - 21x = -15x^2 - x + 28 \Rightarrow f'(x) = -30x - 1$.
A58b 💻 $g(x) = (3x+6)(3x+6) - 8x = 9x^2 + 18x + 18x + 36 - 8x = 9x^2 + 28x + 36 \Rightarrow g'(x) = 18x + 28$.
A58c 💻 $h(x) = 5(x-3)(x-3) + 5(2x-1) = 5(x^2 - 3x - 3x + 9) + 10x - 5 = 5(x^2 - 6x + 9) + 10x - 5$
$= 5x^2 - 30x + 45 + 10x - 5 = 5x^2 - 20x + 40 \Rightarrow h'(x) = 10x - 20$.
A58d 💻 $k(x) = -3(x-1)(5-9x) - 8(x-7) = -3(5x - 9x^2 - 5 + 9x) - 8x + 56 = -3(-9x^2 + 14x - 5) - 8x + 56$
$= 27x^2 - 42x + 15 - 8x + 56 = 27x^2 - 50x + 71 \Rightarrow k'(x) = 54x - 50$.

A59a Zie de plot (van f en zijn hellingfunctie f') hiernaast.
A59b De grafiek van f' gaat door (1,3), dus $3 = a \cdot 1^2 \Rightarrow a = 3$.
A59c Zie de plot (van g en zijn hellingfunctie g') hiernaast.
De grafiek van g' gaat door (1;1,2), dus $1{,}2 = a \cdot 1^2 \Rightarrow a = 1{,}2$.

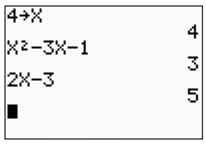


💻

A60a 💻 $f(x) = 5x^6 - 3x^5 + 2x - 7 \Rightarrow f'(x) = 6 \cdot 5x^5 - 5 \cdot 3x^4 + 2 + 0 = 30x^5 - 15x^4 + 2$.
A60b 💻 $g(x) = -2x^8 - 4x^4 + 7{,}2 \Rightarrow g'(x) = 8 \cdot -2x^7 + 4 \cdot -4x^3 + 0 = -16x^7 - 16x^3$.
A60c 💻 $h(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x - 1 \Rightarrow h'(x) = 3 \cdot -\frac{1}{3}x^2 + 2 \cdot -\frac{1}{2}x - 1 - 0 = -x^2 - x - 1$.
A60d 💻 $k(x) = 1 + 3q - 3q^2 - 5q^7 \Rightarrow k'(x) = 0 + 3 + 2 \cdot -3q + 7 \cdot -5q^6 = 3 - 6q - 35q^6$.

A61a 💻 $f(x) = (3x-1)(x^2+5x) = 3x^3 + 15x^2 - x^2 - 5x = 3x^3 + 14x^2 - 5x \Rightarrow f'(x) = 9x^2 + 28x - 5$.
A61b 💻 $g(x) = (3x^3-1)(3x^3-1) = 9x^6 - 3x^3 - 3x^3 + 1 = 9x^6 - 6x^3 + 1 \Rightarrow g'(x) = 54x^5 - 18x^2$.
A61c 💻 $h(x) = (5x^5-3)(3x-2) = 15x^6 - 10x^5 - 9x + 6 \Rightarrow h'(x) = 90x^5 - 50x^4 - 9$.
A61d 💻 $k(x) = 5 - 3(x^4 - x)(x+1) = 5 - 3(x^5 + x^4 - x^2 - x) = 5 - 3x^5 - 3x^4 + 3x^2 + 3x \Rightarrow k'(x) = -15x^4 - 12x^3 + 6x + 3$.
A61e 💻 $l(t) = (5t^3 - t)(3t^5 + t) = 15t^8 + 5t^4 - 3t^6 - t^2 = 15t^8 - 3t^6 + 5t^4 - t^2 \Rightarrow l'(t) = 120t^7 - 18t^5 + 20t^3 - 2t$.
A61f 💻 $m(q) = 1 - (3q^2 - 2)^2 = 1 - (9q^4 - 12q^2 + 4) = 1 - 9q^4 + 12q^2 - 4 = -9q^4 + 12q^2 - 3 \Rightarrow m'(q) = -36q^3 + 24q$.

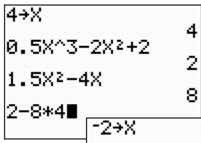
A62abc $f(x) = x^2 - 3x - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x - 3$.
$y_A = f(4) = 4^2 - 3 \cdot 4 - 1 = 16 - 12 - 1 = 3$ en de helling in A is $f'(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$.



A63a $f(x)=0{,}5x^3-2x^2+2 \Rightarrow f\,'(x)=1{,}5x^2-4x$.

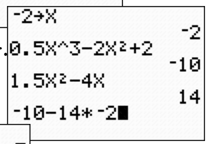
$y_A=f(4)=0{,}5\cdot 4^3-2\cdot 4^2+2=32-32+2=2$ en $\text{rc}_k=f\,'(4)=1{,}5\cdot 4^2-4\cdot 4=1{,}5\cdot 16-16=8$.

k: $y=8x+b$ door $A(4,2)\Rightarrow 2=8\cdot 4+b\Rightarrow -30=b$. Dus k: $y=8x-30$.



A63b $y_B=f(-2)=0{,}5\cdot(-2)^3-2\cdot(-2)^2+2=-4-8+2=-10$ en $\text{rc}_m=f\,'(-2)=1{,}5\cdot(-2)^2-4\cdot -2=6+8=14$.

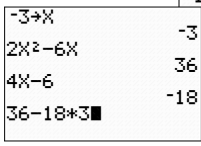
m: $y=14x+b$ door $B(-2,\,-10)\Rightarrow -10=14\cdot -2+b\Rightarrow 18=b$. Dus m: $y=14x+18$.



A64a $g(x)=2x^2-6x\Rightarrow g\,'(x)=4x-6$.

$y_A=g(-3)=2\cdot(-3)^2-6\cdot -3=18+18=36$ en $\text{rc}_l=g\,'(-3)=4\cdot -3-6=-12-6=-18$.

l: $y=-18x+b$ door $A(-3,36)\Rightarrow 36=-18\cdot -3+b\Rightarrow -18=b$. Dus l: $y=-18x-18$.



A64b $y_P=0\Rightarrow 2x^2-6x=0\Rightarrow 2x(x-3)=0\Rightarrow x=0=x_O$ of $x=3=x_P$.

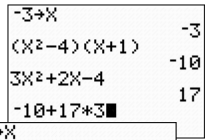
$\text{rc}_n=g\,'(3)=4\cdot 3-6=12-6=6$.

n: $y=6x+b$ door $P(3,0)\Rightarrow 0=6\cdot 3+b\Rightarrow -18=b$. Dus n: $y=6x-18$.

A65a $f(x)=(x^2-4)(x+1)=x^3+x^2-4x-4\Rightarrow f\,'(x)=3x^2+2x-4$.

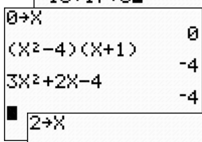
A65b $y_A=f(-3)=((-3)^2-4)(-3+1)=5\cdot -2=-10$ en $\text{rc}_k=f\,'(-3)=3\cdot(-3)^2+2\cdot -3-4=27-6-4=17$.

k: $y=17x+b$ door $A(-3,\,-10)\Rightarrow -10=17\cdot -3+b\Rightarrow 41=b$. Dus k: $y=17x+41$.



A65c $x_B=0\Rightarrow y_B=f(0)=(0^2-4)(0+1)=-4\cdot 1=-4$ en $\text{rc}_l=f\,'(0)=3\cdot 0^2+2\cdot 0-4=0+0-4=-4$.

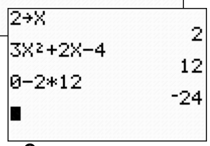
l: $y=-4x+b$ door $B(0,\,-4)\Rightarrow -4=-4\cdot 0+b\Rightarrow -4=b$. Dus l: $y=-4x-4$.



A65d $y_C=0\Rightarrow f(x)=(x^2-4)(x+1)=0\Rightarrow x^2=4$ of $x=-1\Rightarrow x=\pm 2$ of $x=-1\Rightarrow x_C=2$.

$\text{rc}_m=f\,'(2)=3\cdot 2^2+2\cdot 2-4=12+4-4=12$.

m: $y=12x+b$ door $C(2,0)\Rightarrow 0=12\cdot 2+b\Rightarrow -24=b$. Dus m: $y=12x-24$.



A66a $f(x)=ax=ax^1\Rightarrow f\,'(x)=1\cdot ax^0=1\cdot a\cdot 1=a$ en $g(x)=c=cx^0$ (voor $x\neq 0$) $\Rightarrow g\,'(x)=0\cdot cx^{-1}=0$.

A66b $f(x)=x^3+5x^2\Rightarrow f\,'(x)=3x^2+10x$ en klaar (niet nog eens differentiëren).

A66c $f(x)=x^4-3x\Rightarrow f\,'(x)=4x^3-3$ (niet $f(x)=f\,'(x)$).

A67a $f(x)=5x^2+3a^4\Rightarrow f\,'(x)=10x+0=10x$ (a is een of andere constante).

A67b $f(a)=5x^2+3a^4\Rightarrow f\,'(x)=0+12a^3=12a^3$ (x is nu een of andere constante).

A67c Het is niet duidelijk welke letter als de variabele en welke als een constante gezien moet worden.

A68a $\frac{d}{dx}(4x^3-x^2+5x-2)=12x^2-2x+5$.

A68b $\frac{d}{dt}(t^3-3t+3)=3t^2-3$.

A68c $\frac{d}{da}(5-a^2)=-2a$.

A68d $\frac{d}{dq}(-q^3+8q^2+100)=-3q^2+16q$.

A68e $\frac{d}{dx}(7x^2-8x^4)=14x-32x^3$.

A68f $\frac{d}{dq}(q^3+\frac{1}{3}q)=3q^2+\frac{1}{3}$.

A69a $\frac{d(9x^2-5p^3)}{dx}=18x$.

A69b $\frac{d(9x^2-5p^3)}{dp}=-15p^2$.

A69c $\frac{d(a^3-3t^2)}{dt}=-6t$.

A69d $\frac{d(a^3-3t^2)}{da}=3a^2$.

A69e $\frac{d(x-3)(x^2+7)}{dx}=\frac{d(x^3+7x-3x^2-21)}{dx}=3x^2+7-6x=3x^2-6x+7$.

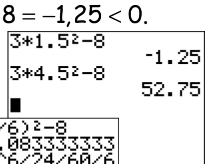
A69f $\frac{d(x-5)^2}{dx}=\frac{d(x^2-5x-5x+25)}{dx}=\frac{d(x^2-10x+25)}{dx}=2x-10$.

A70a $N(t)=-4t^2+40t+4\Rightarrow N'(t)=-8t+40\Rightarrow N'(5)=-8\cdot 5+40=-40+40=0$. De top ligt dus bij $t=5$.

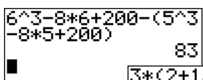
A70b $N(5)=-4\cdot 5^2+40\cdot 5+4=-100+200+4=104\Rightarrow$ het maximum van N is 104 (voor $t=5$).

A71a $N(t)=t^3-8t+200\Rightarrow N'(t)=3t^2-8$. Op 2 januari om 12:00 uur is $t=1{,}5\Rightarrow N'(1{,}5)=3\cdot 1{,}5^2-8=-1{,}25<0$.

A71b Op 5 januari om 12:00 uur is $t=4{,}5\Rightarrow N'(4{,}5)=3\cdot 4{,}5^2-8=52{,}75>0$.

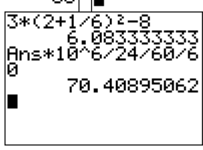


A71c 6 januari loopt van $t=5$ tot $t=6\Rightarrow$ de toename is $N(6)-N(5)=83$ (miljoen).

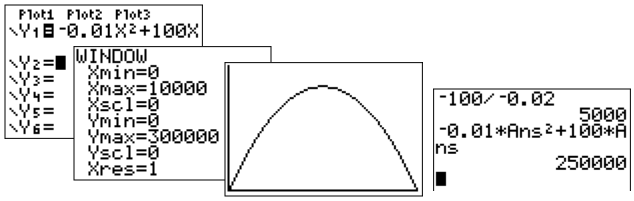


A71d Op 3 januari om 4:00 uur is $t=2\frac{1}{6}\Rightarrow N'(2\frac{1}{6})=3\cdot(2\frac{1}{6})^2-8\approx 6{,}08$ (miljoen bacteriën/dag).

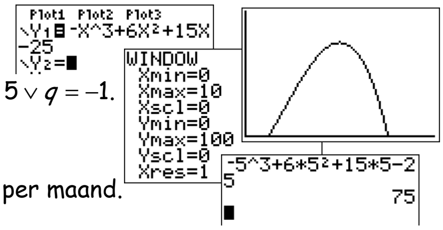
Dat is $\frac{6{,}08 \text{ miljoen}}{24\cdot 60\cdot 60}\approx 70$ bacteriën/seconde.



A72 $R(q) = -0{,}01q^2 + 100q \Rightarrow R'(q) = -0{,}02q + 100.$
$R'(q) = 0 \Rightarrow -0{,}02q + 100 = 0 \Rightarrow -0{,}02q = -100 \Rightarrow q = 5\,000.$
(in een plot te zien dat het een maximum is, maar dit is ook al gegeven)
$R_{\max} = R(5\,000) = -0{,}01 \cdot 5\,000^2 + 100 \cdot 5\,000 = 250\,000$ (€).



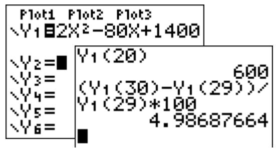
A73 $W(q) = -q^3 + 6q^2 + 15q - 25 \Rightarrow W'(q) = -3q^2 + 12q + 15.$
$W'(q) = 0 \Rightarrow -3q^2 + 12q + 15 = 0 \Rightarrow q^2 - 4q - 5 = 0 \Rightarrow (q-5)\cdot(q+1) = 0 \Rightarrow q = 5 \vee q = -1.$
(in een plot te zien dat er een maximum optreedt bij $q = 5$)
$W_{\max} = W(5) = -5^3 + 6 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 - 25 = 75$ ($\times 1000$ €/maand).
De maximale winst is dus 75000 euro per maand bij een productie van 5000 per maand.



A74a $N(t) = 2t^2 - 80t + 1\,400 \Rightarrow N'(t) = 4t - 80.$ Op 10 juli om 12:00 uur is $t = 9{,}5 \Rightarrow N'(9{,}5) = 4 \cdot 9{,}5 - 80 < 0.$

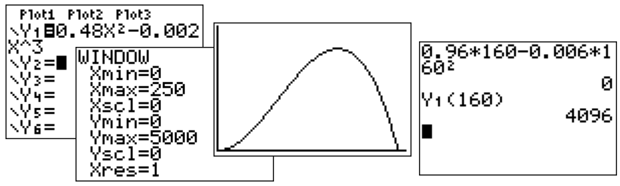
A74b $N'(t) = 0 \Rightarrow 4t - 80 = 0 \Rightarrow 4t = 80 \Rightarrow t = 20.$ Dus op 21 juli om 00:00 uur.
Het minimum (staat in de opdracht) is $N(20) = 2 \cdot 20^2 - 80 \cdot 20 + 1\,400 = 600$ (insecten).

A74c 30 juli loopt $t = 29$ tot $t = 30$. De toename is $\frac{N(30) - N(29)}{N(29)} \cdot 100\% \approx 5{,}0\%.$



A75a $R(q) = 0{,}48q^2 - 0{,}002q^3 \Rightarrow R'(q) = 0{,}96q - 0{,}006q^2.$
$R'(160) = 0{,}96 \cdot 160 - 0{,}006 \cdot 160^2 = 0.$
(in een plot te zien dat het inderdaad een maximum is)

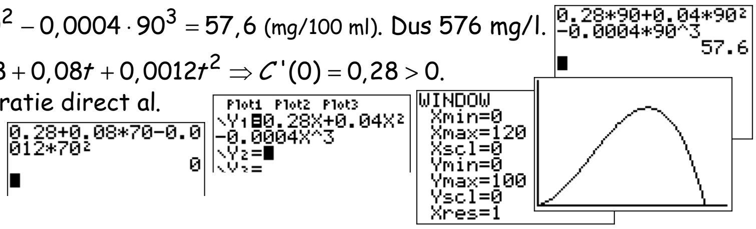
A75b $R_{\max} = R(160) = 0{,}48 \cdot 160^2 - 0{,}002 \cdot 160^3 = 4\,096$ (€).



A76a Na 1,5 uur is $t = 90$. $C(90) = 0{,}28 \cdot 90 + 0{,}04 \cdot 90^2 - 0{,}0004 \cdot 90^3 = 57{,}6$ (mg/100 ml). Dus 576 mg/l.

A76b $C(t) = 0{,}28t + 0{,}04t^2 - 0{,}0004t^3 \Rightarrow C'(t) = 0{,}28 + 0{,}08t + 0{,}0012t^2 \Rightarrow C'(0) = 0{,}28 > 0.$
Op het moment van toediening stijgt de concentratie direct al.

A76c $C'(70) = 0{,}28 + 0{,}08 \cdot 70 + 0{,}0012 \cdot 70^2 = 0.$
Het extreem bij $t = 70$ is een maximum (zie plot).

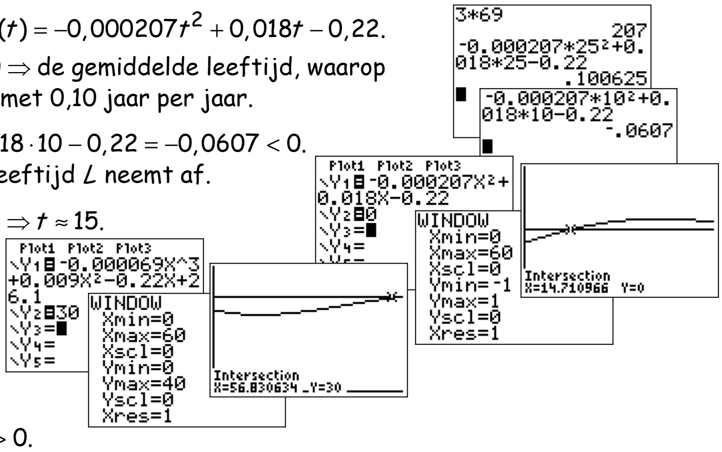


A77a $L(t) = -0{,}000069t^3 + 0{,}009t^2 - 0{,}22t + 26{,}1 \Rightarrow L'(t) = -0{,}000207t^2 + 0{,}018t - 0{,}22.$
$L'(25) = -0{,}000207 \cdot 25^2 + 0{,}018 \cdot 25 - 0{,}22 \approx 0{,}10 \Rightarrow$ de gemiddelde leeftijd, waarop vrouwen hun eerste kind krijgen, nam in 1975 toe met 0,10 jaar per jaar.

A77b In 1960 is $t = 10 \Rightarrow L'(10) = -0{,}000207 \cdot 10^2 + 0{,}018 \cdot 10 - 0{,}22 = -0{,}0607 < 0.$
Dus bij $t = 10$ daalt de grafiek $\Rightarrow$ de gemiddelde leeftijd L neemt af.

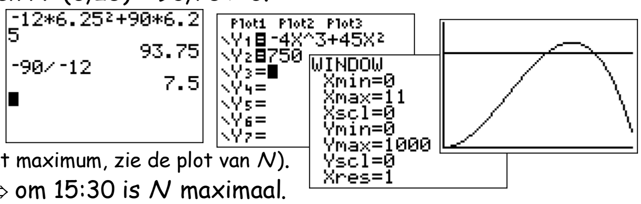
A77c $L'(t) = -0{,}000207t^2 + 0{,}018t - 0{,}22 = 0$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 15.$
In 1965 is L minimaal (L' van negatief naar positief).

A77d $L(t) = -0{,}000069t^3 + 0{,}009t^2 - 0{,}22t + 26{,}1 = 30.$
Intersect geeft $t \approx 57$. Dus in het jaar 2007.

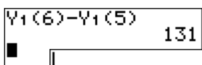


A78a $N(t) = -4t^3 + 45t^2 \Rightarrow N'(t) = -12t^2 + 90t.$
Bij 14:15 uur hoort $t = 6{,}25$ en $N'(6{,}25) = 93{,}75 > 0.$

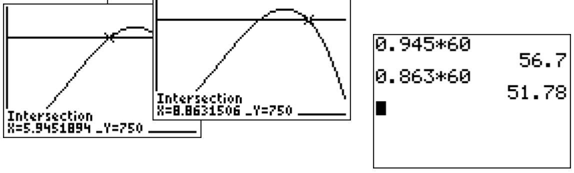
A78b $N'(t) = -12t^2 + 90t = 0$
$t \cdot (-12t + 90) = 0$
$t = 0 \vee -12t + 90 = 0$
$t = 0 \vee -12t = -90$
$t = 0 \vee t = 7{,}5$ (hierbij hoort het maximum, zie de plot van N).
Bij $t = 7{,}5$ hoort 15:30 uur $\Rightarrow$ om 15:30 is N maximaal.

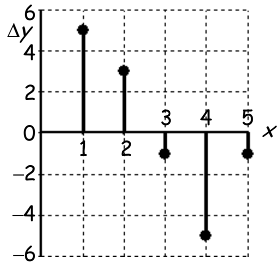


A78c Bij 13:00 uur hoort $t = 5$ en bij 14:00 uur hoort $t = 6$.
Er komen tussen 13:00 en 14:00 uur $N(6) - N(5) = 131$ bezoekers bij.



A78d $N(t) = -4t^3 + 45t^2 = 750$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 5{,}945 \vee t \approx 8{,}863.$
Dus tussen 14:00 en 16:50 uur meer dan 750 bezoekers.





Diagnostische toets

D1 Maak eerst een tabel van de toenamen Δy met $\Delta x = 1$ (zie hieronder).
Het toenamendiagram zie je hiernaast.

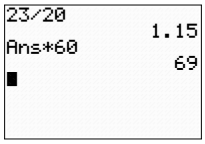
x	0	1	2	3	4	5
y	1	6	9	8	3	2
Δy	---	5	3	-1	-5	-1

D2 Door (3, 5) en op [3, 4] is $\Delta y = -2$ dus ook door (4, 3).
Door (3, 5) en op [2, 3] is $\Delta y = -1$ dus ook door (2, 6). Enzovoort.
Teken nu een of andere grafiek door de punten: (0; 9,5), (1, 8), (2, 6), (3, 5), (4, 3), (5, 5) en (6, 6).

D3a De gemiddelde verandering van y op $[0,2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-1}{2-0} = \frac{8}{2} = 4$.
De gemiddelde verandering van y op $[2,5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-9}{5-2} = \frac{-7}{3} = -2\frac{1}{3}$.

D3b Het differentiequotiënt van y op $[1,3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8-6}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$.
Het differentiequotiënt van y op $[2,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-9}{4-2} = \frac{-6}{2} = -3$.

D4a De gemiddelde snelheid op $[10,30]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} \approx \frac{30-7}{30-10} = \frac{23}{20} = 1{,}15$ (km/min). Dit is 69 km/uur.

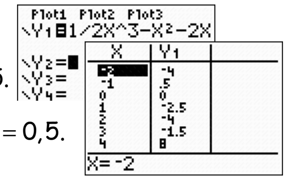


D4b Trek de lijn door de punten (0,0) en (7,5; 6) door totdat hij de grafiek snijdt.
Deze lijn snijdt de grafiek in het punt (17,5; 14). Dus $t = 17{,}5$.

D5a Het gemiddelde toename van $f(x)$ op $[1,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{8--2{,}5}{3} = \frac{10{,}5}{3} = 3{,}5$.

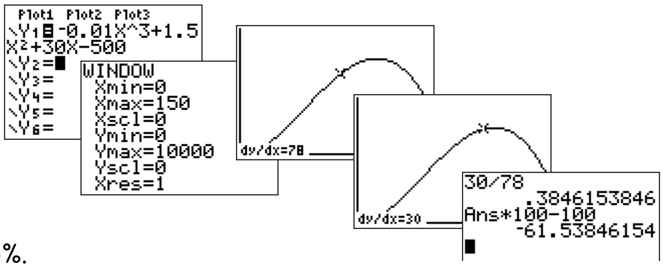
D5b Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[-1,1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-1)}{1--1} = \frac{-2{,}5-0{,}5}{2} = \frac{-3}{2} = -1{,}5$.

D5c De helling van de lijn AB is het differentiequotiënt $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(-2)}{3--2} = \frac{-1{,}5--4}{5} = \frac{2{,}5}{5} = 0{,}5$.



D6a Voer $W = -0{,}01q^3 + 1{,}5q^2 + 30q - 500$ in op de GR.
Bij een productie van 80 000 stuks hoort $q = 80$.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dW}{dq}\right]_{q=80} = 78$ €/stuk.

D6b Bij een productie van 100 000 stuks hoort $q = 100$.
De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dW}{dq}\right]_{q=100} = 30$ €/stuk.
$\frac{30}{78} \times 100\% \approx 38{,}5\% \Rightarrow$ een afname van (ongeveer) 61,5%.

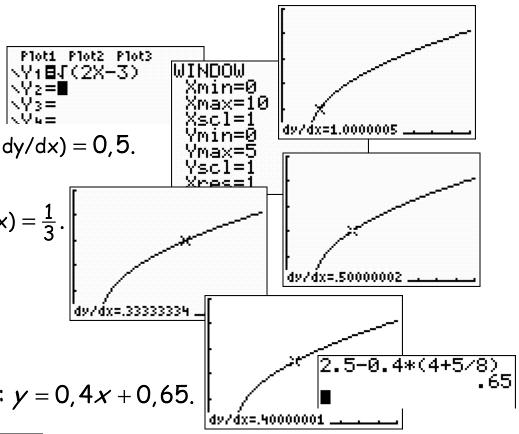


D7a De helling van $f(x)$ in A met $x_A = 2$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2}$ (optie dy/dx) $= 1$.

D7b De snelheid waarmee $f(x)$ verandert voor $x = 3{,}5$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3{,}5}$ (optie dy/dx) $= 0{,}5$.

D7c $f(6) = \sqrt{12-3} = \sqrt{9} = 3$; stel k: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=6}$ (optie dy/dx) $= \frac{1}{3}$.
k: $y = \frac{1}{3}x + b$ door $B(6, 3) \Rightarrow 3 = \frac{1}{3} \cdot 6 + b \Rightarrow 1 = b$. Dus k: $y = \frac{1}{3}x + 1$.

D7d l: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4\frac{5}{8}}$ (optie dy/dx) $= 0{,}4$.
l: $y = 0{,}4x + b$ door $C(4\frac{5}{8}, 2\frac{1}{2}) \Rightarrow 2\frac{1}{2} = 0{,}4 \cdot 4\frac{5}{8} + b \Rightarrow 0{,}65 = b$. Dus l: $y = 0{,}4x + 0{,}65$.

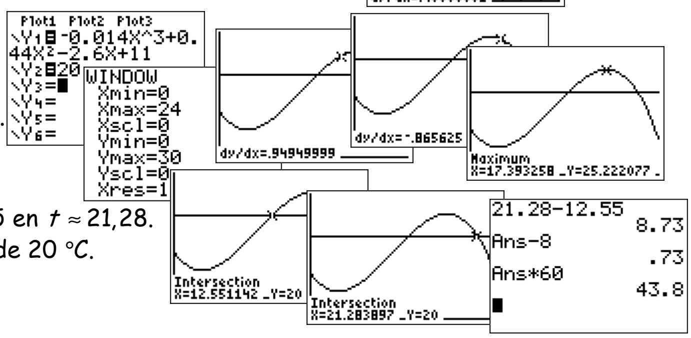


D8a $\left[\frac{dT}{dt}\right]_{t=15{,}5} = 0{,}95 > 0$. Dus op $t = 15{,}5$ neemt T toe.

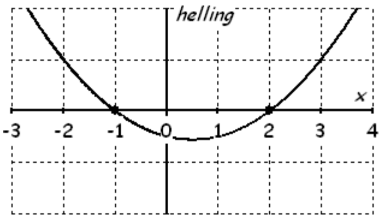
D8b $\left[\frac{dT}{dt}\right]_{t=18{,}75} = -0{,}87 < 0$. Dus op $t = 18{,}75$ neemt T af.

D8c De optie maximum geeft ($t \approx 17{,}39$ en) $T \approx 25{,}2$ °C.

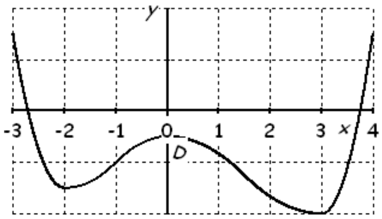
D8d $-0{,}014t^3 + 0{,}44t^2 - 2{,}6t + 11 = 20$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 12{,}55$ en $t \approx 21{,}28$.
$21{,}28 - 12{,}55 = 8{,}73$ (uur) $\Rightarrow$ 8 uur en 44 minuten boven de 20 °C.



D9



D10



De rest van deze diagnostische toets is alleen voor leerlingen met wiskunde A.

AD11a $f(x) = 0{,}6x^3 - 1{,}3x^2 + 7 \Rightarrow f'(x) = 1{,}8x^2 - 2{,}6x.$

AD11b $g(p) = 4p^3 + p^2 - 11p + 20 \Rightarrow g'(p) = 12p^2 + 2p - 11.$

AD11c $h(q) = 3q - 2\cdot(q^2 - 4q) = 3q - 2q^2 + 8q = -2q^2 + 11q \Rightarrow h'(q) = -4q + 11.$

AD11d $k(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow k'(x) = 2ax + b.$

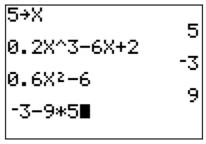
AD12a $f(x) = (3 - x)(5 + 2x) = 15 + 6x - 5x - 2x^2 = -2x^2 + x + 15 \Rightarrow f'(x) = -4x + 1.$

AD12b $g(x) = (3x + 1)(3x + 1) = 9x^2 + 3x + 3x + 1 = 9x^2 + 6x + 1 \Rightarrow g'(x) = 18x + 6.$

AD12c $h(x) = x(2x - 1)(2x - 1) = x(4x^2 - 2x - 2x + 1) = x(4x^2 - 4x + 1) = 4x^3 - 4x^2 + x \Rightarrow h'(x) = 12x^2 - 8x + 1.$

AD12d $k(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2(x - 4) + 6 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^3 - 8x^2 + 6 = 2\frac{1}{3}x^3 - 8x^2 + 6 \Rightarrow k'(x) = 7x^2 - 16x.$

AD13a $f(x) = 0{,}2x^3 - 6x + 2 \Rightarrow f'(x) = 0{,}6x^2 - 6.$
$y_A = f(5) = 0{,}2\cdot 5^3 - 6\cdot 5 + 2 = 25 - 30 + 2 = -3$ en $rc_m = f'(5) = 0{,}6\cdot 5^2 - 6 = 15 - 6 = 9.$
m: $y = 9x + b$ door $A(5,\ -3) \Rightarrow -3 = 9\cdot 5 + b \Rightarrow b = -48 \Rightarrow m$: $y = 9x - 48.$

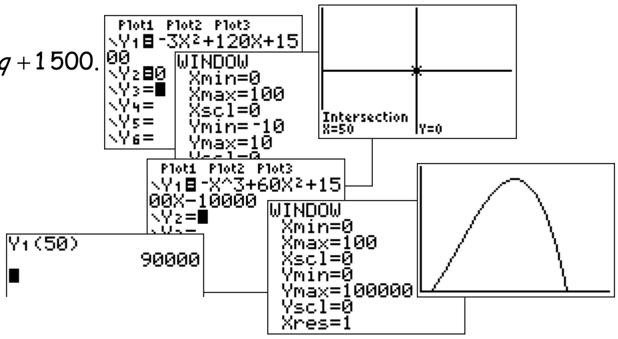


AD13b $x_B = 0$ (B op de y-as) $\Rightarrow y_B = f(0) = 0{,}2\cdot 0^3 - 6\cdot 0 + 2 = 0 + 0 + 2 = 2$ en $rc_k = f'(0) = 0{,}6\cdot 0^2 - 6 = 0 - 6 = -6.$
k: $y = -6x + b$ door $B(0,\ 2) \Rightarrow 2 = -6\cdot 0 + b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow k$: $y = -6x + 2.$

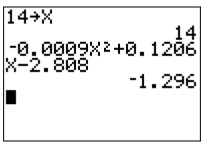
AD14a $\frac{dH}{dt} = \frac{d(8t^3 + a^2 - 5a)}{dt} = 24t^2.$

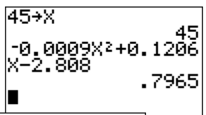
AD14b $\frac{dH}{da} = \frac{d(8t^3 + a^2 - 5a)}{da} = 2a - 5.$

AD15 $W = -q^3 + 60q^2 + 1\,500q - 10\,000 \Rightarrow \frac{dW}{dq} = -3q^2 + 120q + 1\,500.$
$\frac{dW}{dq} = 0 \Rightarrow -3q^2 + 120q + 1\,500 = 0$ (intersect of)
$q^2 - 40q - 500 = 0$
$(q - 50)(q + 10) = 0$
$q = 50 \ \vee\ q = -10$ (voldoet niet).
Uit een plot volgt dat er voor $q = 50$ een maximum is .
$W_{max} = W(50) = 90\,000$ (€).

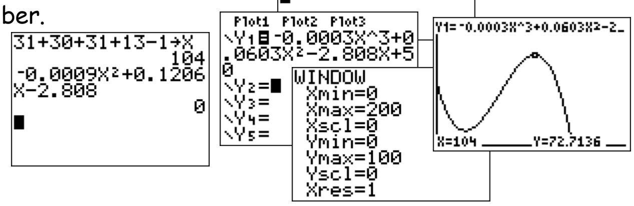


AD16a Bij 15 augustus hoort $t = 14$ (14 dagen na 1 augustus) en 15 september hoort bij $t = 45$ (augustus heeft 31 dagen).
$Z(t) = -0{,}0003t^3 + 0{,}0603t^2 - 2{,}808t + 50 \Rightarrow Z'(t) = -0{,}0009t^2 + 0{,}1206t - 2{,}808.$
Bij 15 augustus hoort $t = 15 - 1 = 14.$
$Z'(14) = -0{,}0009\cdot 14^2 + 0{,}1206\cdot 14 - 2{,}808 = -1{,}296 < 0.$
Dus het aantal ziekmeldingen neemt af op 15 augustus.
Bij 15 september hoort $t = 31 + 15 - 1 = 45.$
$Z'(45) = -0{,}0009\cdot 45^2 + 0{,}1206\cdot 45 - 2{,}808 = 0{,}7965 > 0.$
Dus het aantal ziekmeldingen neemt toe op 15 september.





AD16b Bij 13 november hoort $t = 31 + 30 + 31 + 13 - 1 = 104.$
$Z'(104) = -0{,}0009\cdot 104^2 + 0{,}1206\cdot 104 - 2{,}808 = 0.$
Dus bij $t = 104$ ligt een extreem.
Uit een plot volgt dat dit extreem een maximum is.



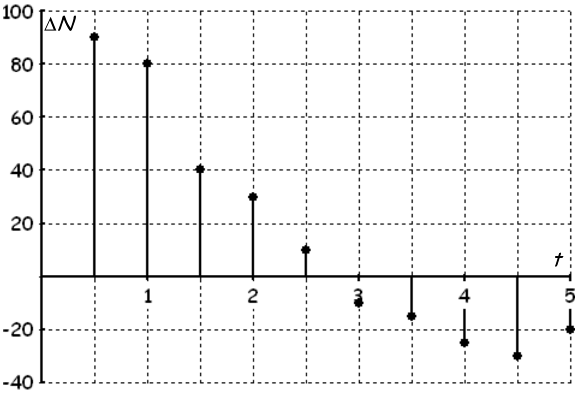
Gemengde opgaven 7. Veranderingen

G23a Bij augustus 2003 hoort $t = 5$.
Op [0, 5] is $\Delta N = 170 + 70 + 0 - 40 - 50 = 150$.
Dus in augustus 1998 zijn er $220 - 150 = 70$ herten.

Bij augustus 2007 hoort $t = 9$.
Op [5, 9] is $\Delta N = -30 + 20 + 100 + 210 = 300$.
Dus in augustus 2007 zijn er $220 + 300 = 520$ herten.

G23b Maak eerst met het toenamendiagram de tabel hiernaast.
Teken vervolgens in een asenstelsel de punten:
(0, 70), (1, 240), (2, 310), (3, 310), (4, 270),
(5, 220), (6, 190), (7, 210), (8, 310) en (9, 520).
Teken nu zelf een (vloeiende) grafiek door de punten (t, N).

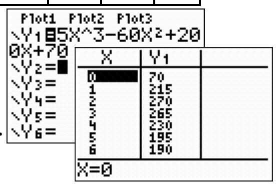
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ΔN	---	170	70	0	-40	-50	-30	20	100	210
N	70	240	310	310	270	220	190	210	310	520



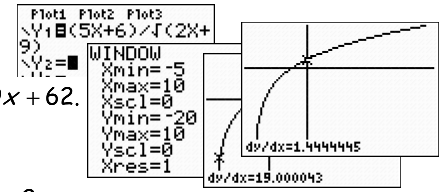
G23c Verdeel de toenamen met $\Delta t = 1$ nu opnieuw met $\Delta t = 0{,}5$.
Zie de tabel hieronder. (de toenamen met $\Delta t = 1$ veranderen niet!!!)
Maak daarna het nieuwe toenamendiagram. (zie hiernaast)

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
ΔN	---	---	170	---	70	---	0	---	-40	---	-50
ΔN	---	90	80	40	30	10	-10	-15	-25	-30	-20

G23d De tabel die hoort bij de formule
$N = 5t^3 - 60t^2 + 200t + 70$ komt
niet overeen met de tabel bij vraag b.
De bewering van Nico is dus niet juist.

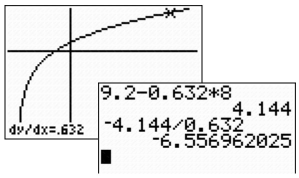


G24a $f(-4) = \frac{-14}{1} = -14$; stel l: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-4}$ (optie dy/dx) = 19.
l: $y = 19x + b$ door $A(-4,\ -14) \Rightarrow -14 = 19 \cdot -4 + b \Rightarrow 62 = b$. Dus l: $y = 19x + 62$.

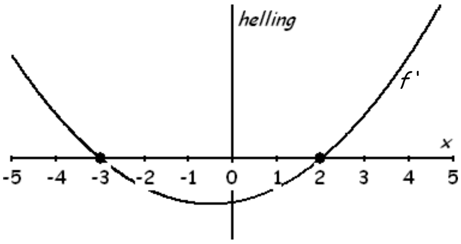


G24b $f(0) = \frac{6}{3} = 2$; stel k: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0}$ (optie dy/dx) $\approx 1{,}44$.
k: $y = 1{,}44x + b$ door $B(0,\ 2) \Rightarrow 2 = 1{,}44 \cdot 0 + b \Rightarrow 2 = b$. Dus k: $y = 1{,}44x + 2$.

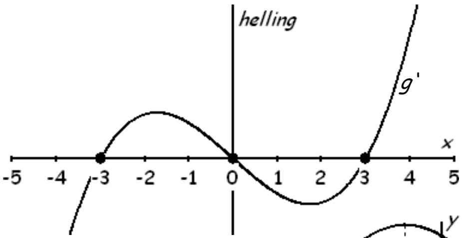
G24c $f(8) = \frac{46}{5} = \frac{92}{10} = 9{,}2$; stel m: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=8}$ (optie dy/dx) = 0,632.
m: $y = 0{,}632x + b$ door $C(8;\ 9{,}2) \Rightarrow 9{,}2 = 0{,}632 \cdot 8 + b \Rightarrow 4{,}144 = b$.
Dus m: $y = 0{,}632x + 4{,}144$. m snijden met de x-as geeft dan:
$0{,}632x + 4{,}144 = 0$ (intersect of) $\Rightarrow 0{,}632x = -4{,}144 \Rightarrow x \approx -6{,}56$.



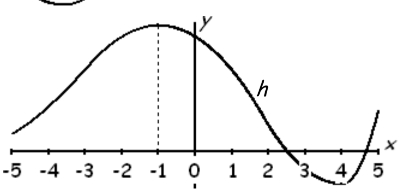
G25a Extremen van f bij $x = -3$ en $x = 2$;
f dalend ($\Rightarrow f\,'$ negatief) op $\langle -3,\ 2\rangle$.
Zie een hellinggrafiek $f\,'$ van f hieronder.



Extremen van g bij $x = -3,\ x = 0$ en $x = 3$;
g dalend ($\Rightarrow g\,'$ negatief) op $\langle -5,\ -3\rangle$ en $\langle 0,\ 3\rangle$.
Zie een hellinggrafiek $g\,'$ van g hieronder.



G25b $f(x) = 0$ (zie figuur G.8) $\Rightarrow x = -1 \vee x = 4$. (links van $x = -5$ ook nog eens?)
De hellinggrafiek f gaat in $x = -1$ van positief naar negatief $\Rightarrow$ maximum $h(-1)$ en
de hellinggrafiek f gaat in $x = 4$ van negatief naar positief $\Rightarrow$ minimum $h(4)$.
(zie een globale grafiek van h, die f als hellinggrafiek heeft, hiernaast)



AG26a $f(x) = -x(2x - 7) = -2x^2 + 7x \Rightarrow f\,'(x) = -4x + 7$.

AG26b $g(x) = (x^2 - 1)(x - 1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow g'(x) = 3x^2 - 2x - 1$.

AG26c $h(x) = x(3x + 2)^2 = x(9x^2 + 12x + 4) = 9x^3 + 12x^2 + 4x \Rightarrow h'(x) = 27x^2 + 24x + 4$.

AG26d $m(t) = 7 - \frac{t^2 + 8t}{16} = 7 - \frac{t^2}{16} - \frac{8t}{16} = 7 - \frac{1}{16}t^2 - \frac{1}{2}t \Rightarrow m'(t) = -\frac{2}{16}t - \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}t - \frac{1}{2}$.

AG26e $k(a) = 8 - (a - 1)^2 = 8 - (a^2 - 2a + 1) = 8 - a^2 + 2a - 1 = -a^2 + 2a + 7 \Rightarrow k'(a) = -2a + 2$.

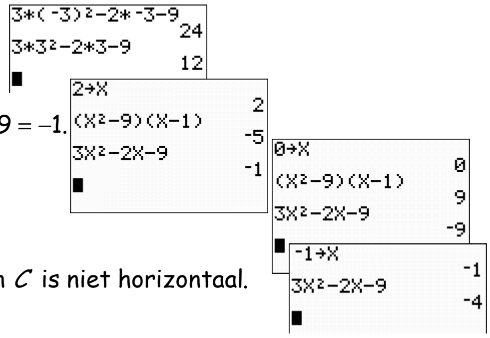
AG26f $p(x) = 5x - x(2x + 5)(x - 3) = 5x - x(2x^2 - 6x + 5x - 15)$
$= 5x - x(2x^2 - x - 15) = 5x - 2x^3 + x^2 + 15x = -2x^3 + x^2 + 20x \Rightarrow p'(x) = -6x^2 + 2x + 20$.

AG27a $f(x)=0 \Rightarrow (x^2-9)(x-1)=0 \Rightarrow x^2=9 \vee x=1 \Rightarrow x=\pm 3 \vee x=1$. Dus $P(-3,\ 0)$, $Q(1,\ 0)$ en $R(3,\ 0)$.
$f(x)=(x^2-9)(x-1)=x^3-x^2-9x+9 \Rightarrow f'(x)=3x^2-2x-9$.
De hellingen in P is $f'(-3)=3\cdot(-3)^2-2\cdot -3-9=27+6-9=24$ en
de hellling in Q is $f'(3)=3\cdot 3^2-2\cdot 3-9=27-6-9=12$.
Dus de helling in P is niet gelijk aan de hellling in Q.

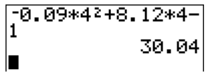
AG27b $f(2)=(4-9)(2-1)=-5\cdot 1=-5$ en $f'(2)=rc_k=3\cdot 2^2-2\cdot 2-9=12-4-9=-1$.
k: $y=-x+b$ door $A(2,\ -5) \Rightarrow -5=-2+b \Rightarrow -3=b$. Dus k: $y=-x-3$.

AG27c $f(0)=(0-9)(0-1)=-9\cdot -1=9$ en $f'(0)=rc_k=3\cdot 0^2-2\cdot 0-9=-9$.
m: $y=-9x+b$ door $B(0,9) \Rightarrow 9=-9\cdot 0+b \Rightarrow 9=b$. Dus m: $y=-9x+9$.

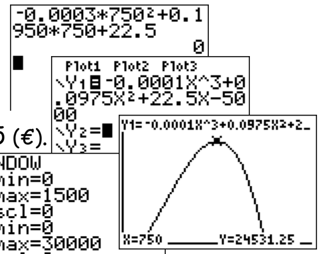
AG27d $f'(-1)=rc_{raaklijn}=3\cdot(-1)^2-2\cdot -1-9=3+2-9=-4\neq 0 \Rightarrow$ de raaklijn in C is niet horizontaal.



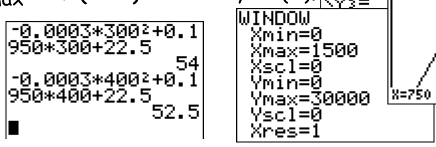
AG28 $g(x)=(2x-1)(5x+3)=10x^2+6x-5x-3=10x^2+x-3 \Rightarrow \frac{d}{dx}(g(x))=20x+1$.
$H=6(t+3)(t+3)-2(t-1)=6(t^2+3t+3t+9)-2t+2=6t^2+36t+54-2t+2=6t^2+34t+56 \Rightarrow \frac{dH}{dt}=12t+34$.
$L=3b^2+4a-2a^2 \Rightarrow \frac{dL}{db}=6b$.
$L=3b^2+4a-2a^2 \Rightarrow \frac{dL}{da}=4-4a$.
$y=-0{,}03x^3+4{,}06x^2-x+1{,}1 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=-0{,}09x^2+8{,}12x-1$ en $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4}=-0{,}09\cdot 4^2+8{,}12\cdot 4-1=30{,}04$.



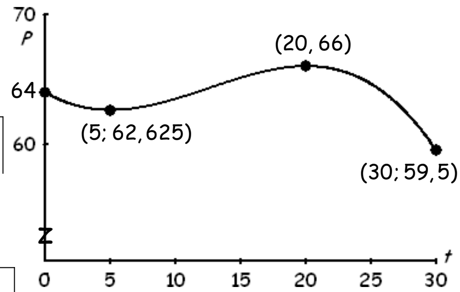
AG29a $W=-0{,}0001q^3+0{,}0975q^2+22{,}5q-5\,000 \Rightarrow \frac{dW}{dq}=-0{,}0003q^2+0{,}1950q+22{,}5$.
$\left[\frac{dW}{dq}\right]_{q=750}=-0{,}0003\cdot 750^2+0{,}1950\cdot 750+22{,}5=0 \Rightarrow$ een extreem bij $q=750$.
In een plot zie je dat dit extreem een maximum is met $W_{max}=W(750)=24\,531{,}25$ (€).



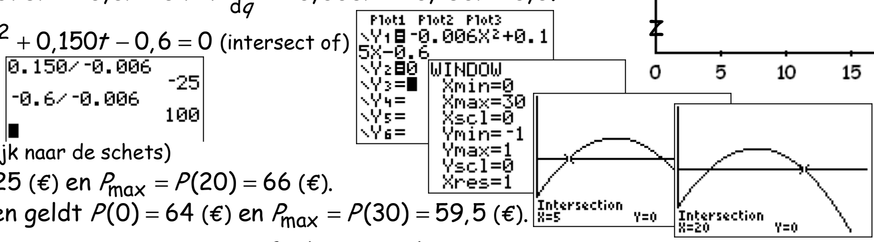
AG29b $\left[\frac{dW}{dq}\right]_{q=300}=-0{,}0003\cdot 300^2+0{,}1950\cdot 300+22{,}5=54$
$\left[\frac{dW}{dq}\right]_{q=400}=-0{,}0003\cdot 400^2+0{,}1950\cdot 400+22{,}5=52{,}5$.
Omdat $54>52{,}5$ stijgt de winst bij een productie van 300 stuks sneller dan bij een productie van 400 stuks.



AG30a Maak een schets van de plot (zie hiernaast).

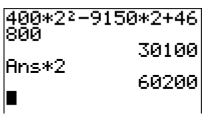


AG30b $P=-0{,}002t^3+0{,}075t^2-0{,}6t+64 \Rightarrow \frac{dP}{dq}=-0{,}006t^2+0{,}150t-0{,}6$.
$\frac{dP}{dq}=0 \Rightarrow -0{,}006t^2+0{,}150t-0{,}6=0$ (intersect of)
$t^2-25t+100=0$
$(t-5)(t-20)=0$
$t=5 \ \vee \ t=20$. (kijk naar de schets)
$P_{min}=P(5)=62{,}625$ (€) en $P_{max}=P(20)=66$ (€).
Voor de randpunten geldt $P(0)=64$ (€) en $P_{max}=P(30)=59{,}5$ (€).



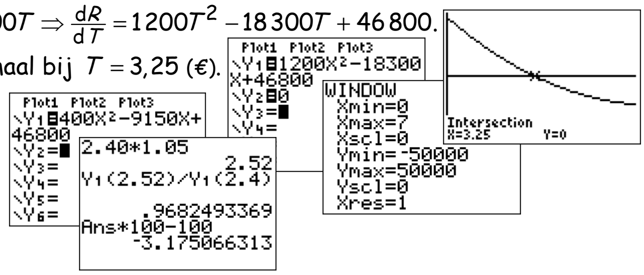
AG30c Kopen op 5 juni en verkopen op 20 juni geeft de maximale winst van $66-62{,}625=3{,}375$ (€/aandeel).

AG31a $T=2 \Rightarrow A=400\cdot 2^2-9150\cdot 2+46\,800=30\,100$ (€). De totale dagopbrengst is dan $60\,200$ (€).



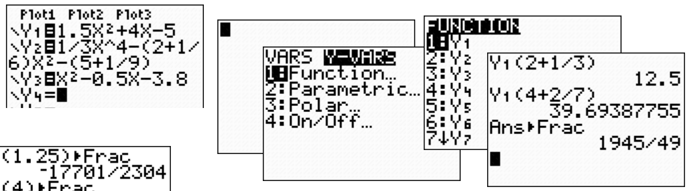
AG31b De totale dagopbrengst is $R=A\cdot T=(400T^2-9150T+46\,800)\cdot T$.
$R=(400T^2-9150T+46\,800)\cdot T=400T^3-9150T^2+46\,800T \Rightarrow \frac{dR}{dT}=1200T^2-18\,300T+46\,800$.
$\frac{dR}{dT}=0 \Rightarrow 1200T^2-18\,300T+46\,800=0$ (intersect) $\Rightarrow$ maximaal bij $T=3{,}25$ (€).

AG31c 5% verhogen $\Rightarrow$ toltarief wordt $2{,}40\cdot 1{,}05=2{,}52$ (€).
$\frac{A(2{,}52)}{A(2{,}40)}\cdot 100\% \approx 96{,}8\% \Rightarrow$ een afname met 3,2%.



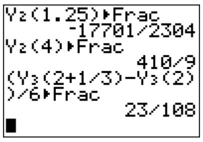
TI-84 6. Formules oproepen

1a $f(2\frac{1}{3})=12\frac{1}{2}$ en $f(4\frac{2}{7})=\frac{1945}{49}$. (zie hiernaast)
(Y1 krijg je met [VARS] [▸] [ENTER] [ENTER];
omzetten naar een breuk gaat met [MATH] [ENTER] [ENTER])



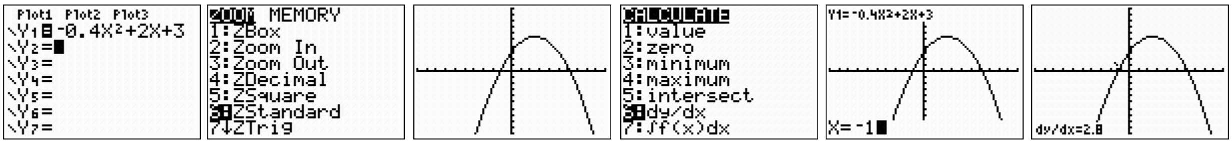
1b $g(1{,}25)=-\frac{17701}{2304}$ en $g(4)=\frac{410}{9}$. (zie hiernaast)
(Y2 krijg je met [VARS] [▸] [ENTER] [2])

1c $\frac{h(2\frac{1}{3})-h(2)}{6}=\frac{23}{108}$. (zie hiernaast)
(Y3 krijg je met [VARS] [▸] [ENTER] [3])

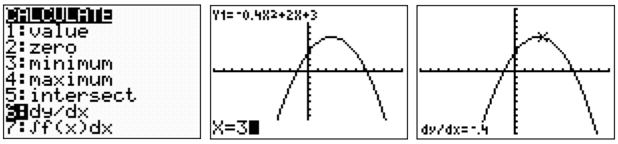


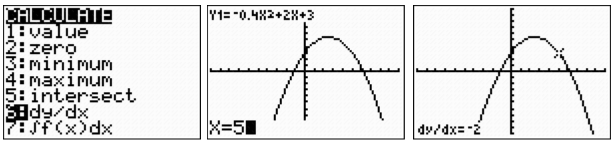
TI-84 7. Richtingscoëfficiënt van raaklijn berekenen

1a Plot de grafiek op $[-10,10]\times[-10,10]$.
Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] en dan [(-)] [1] [ENTER] ⇒ rc van de raaklijn aan de grafiek van f in A is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-1}=2{,}8$.
Kies opnieuw [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [3] [ENTER] ⇒ rc van de raaklijn aan de grafiek van f in B is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3}=-0{,}4$.

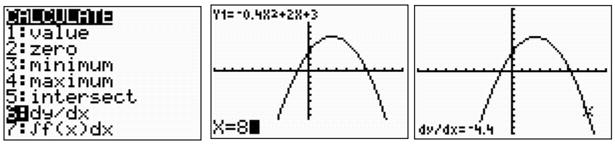


1b Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [5] [ENTER] ⇒ snelheid waarmee f verandert voor $x=5$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5}=-2$. (zie hieronder)

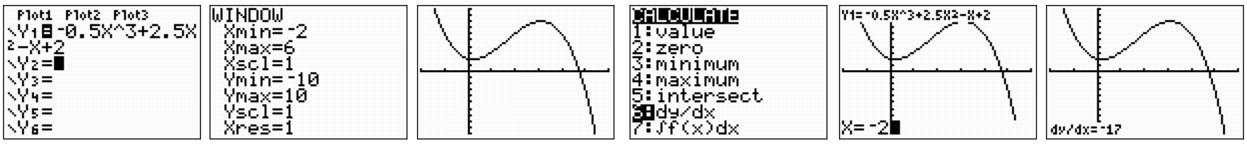




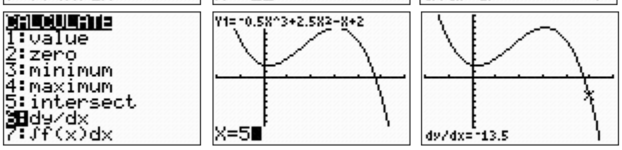
1c Kies weer [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [8] [ENTER] (zie hiernaast) ⇒
de helling van de grafiek in $x=8$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=8}=-4{,}4$.

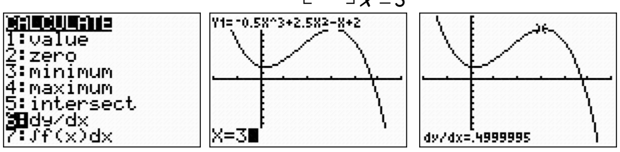


2ab Zie de plot op $[-2,6]\times[-10,10]$ hiernaast.
Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [(-)] [2] [ENTER] ⇒ rc van de raaklijn aan de grafiek van g in P is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-2}=-17$.
Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [5] [ENTER] ⇒ rc van de raaklijn aan de grafiek van g in Q is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5}=-13{,}5$.

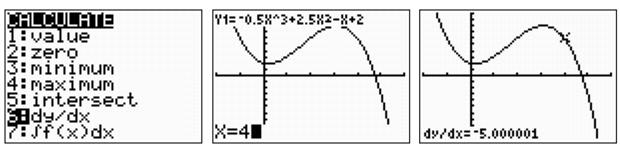


2c Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [3] [ENTER] ⇒ snelheid waarmee g verandert voor $x=3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3}=0{,}5$. (zie hieronder)

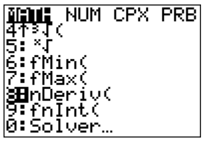




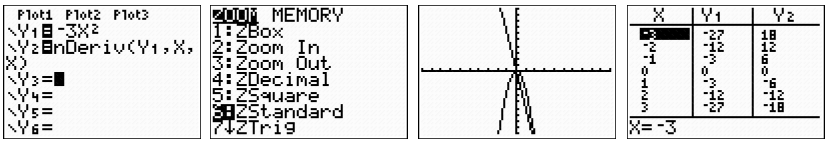
2d Kies weer [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [4] [ENTER] (zie hiernaast) ⇒
de helling van de grafiek in $x=4$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4}=-5$.



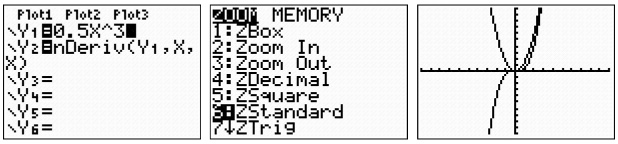
TI-84 8. De hellinggrafiek



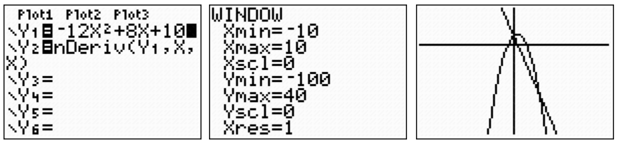
A1a Zie de plot hieronder. (nDeriv krijg je met [MATH] [8]; [,] is de toets boven [7])



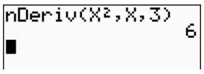
A1b Zie de plot hieronder.



A1c Zie de plot hieronder.



A2a $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3} = \text{nDeriv}(x^2, x, 3) = 6.$



A2b $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5} = \text{nDeriv}(-x^2 + 3x, x, 5) = -7.$

A2c $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-1} = \text{nDeriv}(0.5x^3 - 4x^2 + 8x, x, -1) = 17{,}5.$